SCPY158 Physics II : Part II - Modern Physics

วทฟส๑๕๘ ฟิสิกส์ ๒ : ส่วนที่ ๒ – ฟิสิกส์ยุคใหม่

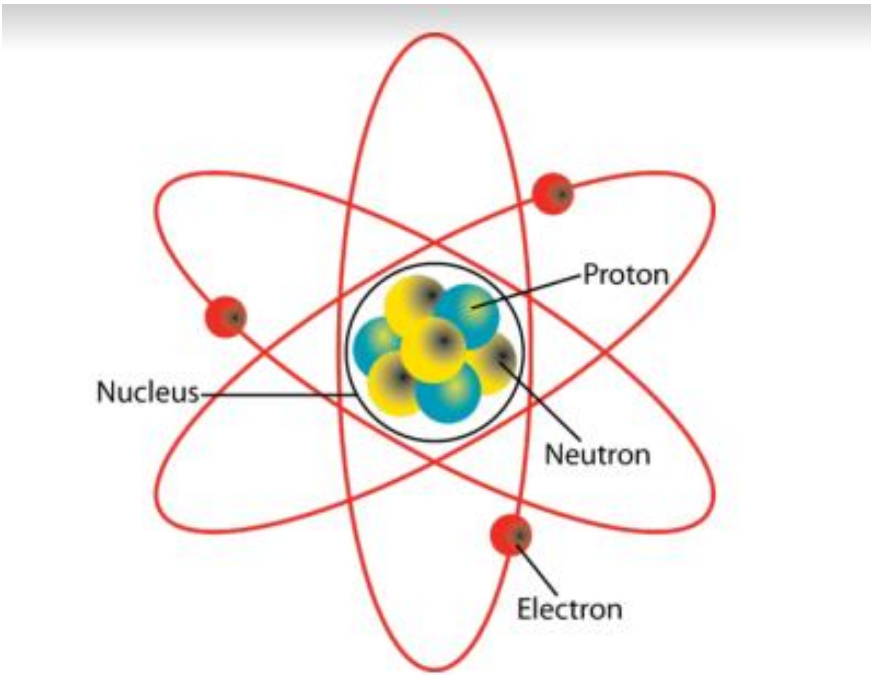
Course Description (คำอธิบายรายวิชา)

ทฤษฎีสัมพัทธภาพ (Theory of Relativity) กลศาสตร์ควอนตัม (Quantum Mechanics) ฟิสิกส์อะตอม (Atomic Physics) ฟิสิกส์นิวเคลียร์ (Nuclear Physics)

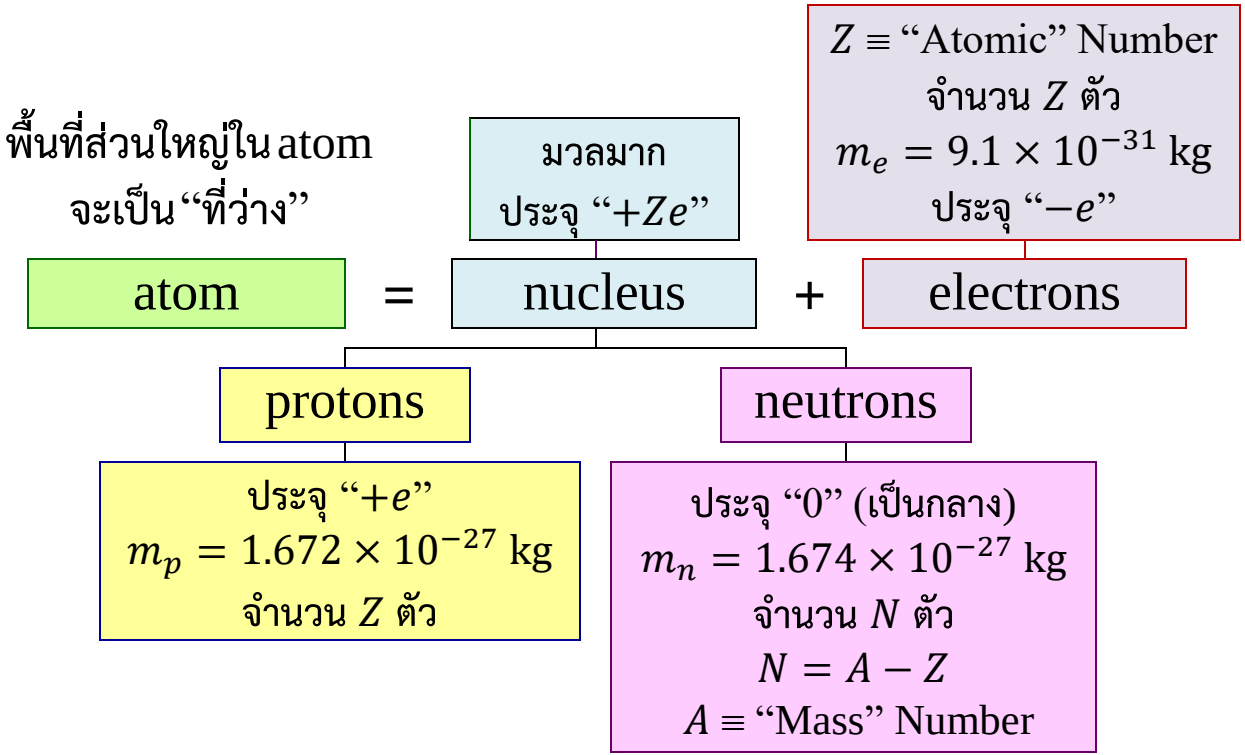
↓

ฟิสิกส์นิวเคลียร์ (Nuclear Physics)

“โครงสร้าง” ของ “atom” ในปัจจุบัน (ในระดับ Atomic Physics & Nuclear Physics)



http://teachtogether.chedk12.com/uploads/images/redactor/ae15d8287f565c29cf835bd81d92c385.PNG



เรียก “neutron” และ “proton” รวมกันว่า “nucleon”

“หัวข้อที่จะศึกษา” ใน “ฟิสิกส์นิวเคลียร์”

(1) “องค์ประกอบ” และ “สมบัติ” ของ “นิวเคลียส”
  (1.1) “องค์ประกอบ” ของ “นิวเคลียส”
  (1.2) “สัญลักษณ์” แทน “นิวเคลียส” ของ “ธาตุ”
  (1.3) “ขนาด” และ “ความหนาแน่น” ของ “นิวเคลียส”
  (1.4) “โมเมนตัมเชิงมุม” และ “โมเมนต์ (ขั้วคู่) แม่เหล็ก” ของ “นิวเคลียส”

(2) “การยึดเหนี่ยว” ภายใน “นิวเคลียส”
  (2.1) พลังงานยึดเหนี่ยว และ พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน
  (2.2) แรงนิวเคลียร์

(3) “กัมมันตภาพรังสี (Radioactivity)”
  (3.1) Exponential Decay Law
  (3.2) Carbon Dating

(4) “เสถียรภาพ (Stability)” และ “การสลายตัวแบบต่างๆ” ของ “นิวเคลียส”
  (4.1) Segre Chart
  (4.2) การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา (α–Decay)
  (4.3) การสลายตัวให้อนุภาคบีตา (β–Decay)
  (4.4) การจับยึดอิเล็กตรอน (Electron Capture)
  (4.5) การสลายตัวให้รังสีแกมมา (γ–Decay)

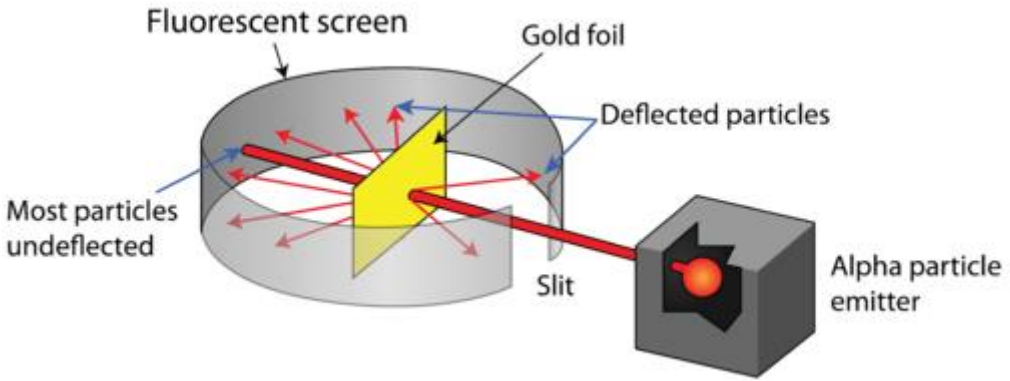
(5) “ปฏิกิริยานิวเคลียร์ (Nuclear Reaction)”
  (5.1) “ปฏิกิริยานิวเคลียร์อย่างง่าย
  (5.2) “Nuclear Fission”
  (5.3) “Nuclear Fusion

(6) “อนุภาคมูลฐาน (Elementary Particles)”

(1.1) “องค์ประกอบ” ของ “นิวเคลียส”

Rutherford’s Scattering Experiment (1910-1913)

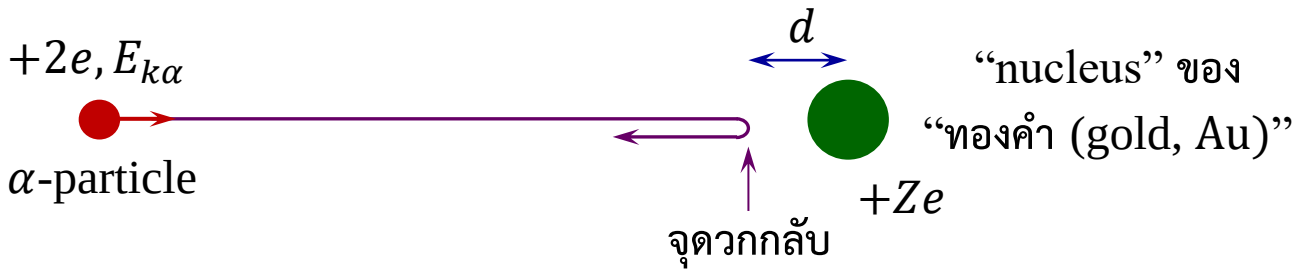
(“การกระเจิง” ของ “α–particles” จาก “แผ่นทองคำบางๆ”)



(http://allaboutrutherford.weebly.com/uploads/4/7/3/0/47309895/2912369_orig.png)

“ประจุบวก” (และ “มวลเกือบทั้งหมดของ atoms”)
จะรวมตัวกันอยู่ภายใน “บริเวณเล็กๆ ตรงจุดศูนย์กลางของ atom” เรียกว่า “nucleus”
และเรียก “nucleus ของ atom ที่เล็กที่สุด (hydrogen atom)” ว่า “proton (p)”

การประมาณขนาดของนิวเคลียส



ที่ "จุดวกกลับ": "พลังงานจลน์" ของ "α–particle" $\rightarrow$ "พลังงานศักย์ไฟฟ้า" ของ "ระบบ"

$$E_{k\alpha} = E_P = \frac{(2e)(Ze)}{(4\pi\varepsilon_0)d} \quad \rightarrow \quad d = \frac{2Ze^2}{(4\pi\varepsilon_0)E_{k\alpha}}$$

"การทดลอง" ของ "Rutherford": $E_{k\alpha} = 7.7$ MeV และ $Z = 79$ (ทองคำ) ดังนั้น

$$d = \frac{(9 \times 10^9 \text{ J·m/C}^2)(2)(79)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(7.7 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J})} = 29.5 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$\rightarrow$ "ระดับขนาด" ของ "ขนาด" ของ "nucleus" (ซึ่งน้อยกว่า d) คือ 10^{-15} m หรือ fm

นอกจาก “proton” แล้ว

ภายใน “nucleus” ของ “atom” ของ “ธาตุ (element)” ที่มี “ขนาดใหญ่” ขึ้น

จะต้องมี “อนุภาคอื่น” ซึ่ง “เป็นกลางทางไฟฟ้า” เป็น “องค์ประกอบ” ของ “nucleus” ด้วย

(มิฉะนั้น จะอธิบาย “มวล” ของ “ธาตุ” ไม่ได้)

↓

“neutron (n)”

เรียก “neutron” และ “proton” รวมกันว่า “nucleon”

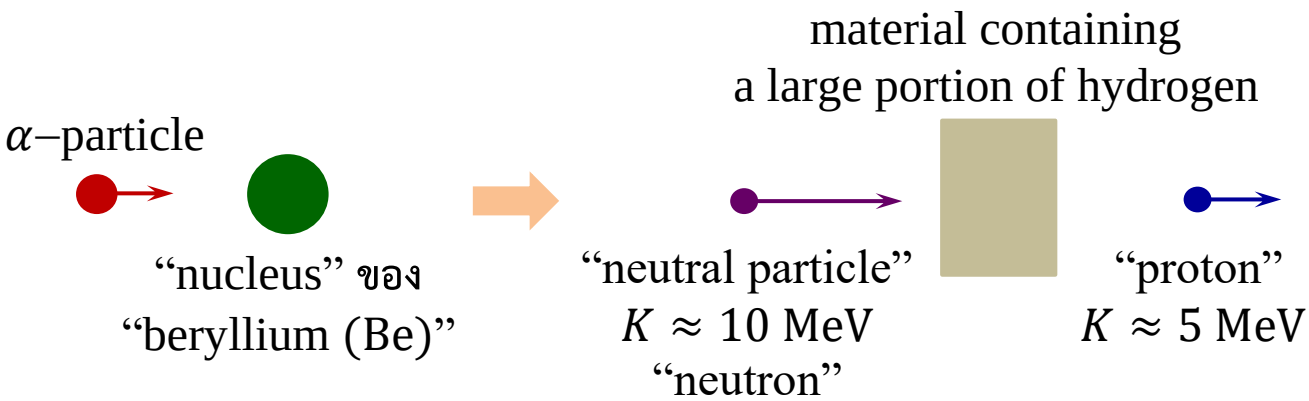
ถ้า ภายใน “nucleus” มีเฉพาะ “proton” เท่านั้น ควรได้ว่า

“มวล” ของ “helium atom” $(M_{He}) \approx 2 \times$ “มวล” ของ “hydrogen atom” (M_H)

ในขณะที่ จาก “การทดลอง” พบว่า $M_{He} \approx 4M_H$

สำหรับกรณีของ “lithium atom” พบว่า $M_{Li} \approx 6M_H$ แทนที่จะเป็น $M_{Li} \approx 3M_H$

“การมีอยู่ (existence)” ของ “neutron”
ได้รับการยืนยันโดยการทดลองในปี 1932 โดย Sir James Chadwick



ยิง “nucleus” ของ “beryllium (Be)” ด้วย α–particle ที่ได้จาก “การสลายตัว” ของ “nucleus” ของ “polonium (Po)” พบว่า มี อนุภาคที่ “เป็นกลางทางไฟฟ้า” มี “อำนาจทะลุทะลวงสูง” และมี “พลังงานจลน์” ประมาณ 10 MeV หลุดออกมา เมื่อให้ “อนุภาคนี้” วิ่งผ่าน “สสาร” ที่มี “hydrogen” อยู่เป็นจำนวนมาก (เช่น paraffin) พบว่า มี “proton” ที่มีพลังงานจลน์ประมาณ 5 MeV หลุดออกมา

"สมบัติ (บางประการ)" ของ "electron", "proton" และ "neutron"

สมบัติ	"electron"	"proton"	"neutron"
ประจุ	-1.60218×10^{-19} C	$+1.60218 \times 10^{-19}$ C	0 (เป็นกลาง)
spin	1/2	1/2	1/2
∅	$\sim 10^{-22}$ m	~ 1.2 fm	~ 1.2 fm
มวล	9.10938×10^{-31} kg	1.67262×10^{-27} kg	1.67493×10^{-27} kg
	0.00055 amu	1.00728 amu	1.00866 amu
	0.511 MeV/c^2	938.272 MeV/c^2	939.565 MeV/c^2

Unified Atomic Mass Unit ("amu" หรือ "u"):

$$1 \text{ amu} = \frac{\text{มวลของ } 1\ atom \text{ ของ } Carbon - 12}{12} = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ amu} = 931.494 \text{ MeV}/c^2 \approx 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(1.2) “สัญลักษณ์” แทน “นิวเคลียส” ของ “ธาตุ”

$$ {}^{A}_{Z}X $$

“A” คือ “เลขมวล (mass number)”

บอก “จำนวน proton” และ “จำนวน neutron” รวมกัน

บอก “คร่าวๆ” ว่า “มวล” ของ “nucleus” มีค่า “ประมาณ” เท่าใด

“Z” คือ “เลขอะตอม (atomic number)”

บอก “จำนวน proton” ใน “nucleus” ซึ่งเท่ากับ “จำนวน electron” ใน “atom”

บอกว่า เป็น “nucleus” ของ “ธาตุ” ใด

“X” เป็น “ตัวอักษร” ซึ่งเป็น “สัญลักษณ์ทางเคมี” ของ “ธาตุ” (“X” สัมพันธ์กับ “Z”)

“เลขนิวตรอน (neutron number, N)” บอก “จำนวน neutron” ใน “nucleus”

$$N = A - Z$$

“ไอโซโทป (isotope)”
“นิวเคลียส” ที่ มี “จำนวน proton” เท่ากัน (เป็นธาตุเดียวกัน)
แต่ มี “จำนวน neutron” ต่างกัน

“hydrogen” จะมี “3” main isotopes คือ
“hydrogen” (หรือ “hydrogen–1”) $\rightarrow$ ${}_{1}^{1}H$ (99.98%)
“deuterium” (หรือ “hydrogen–2”) $\rightarrow$ ${}_{1}^{2}D$ หรือ ${}_{1}^{2}H$ (0.02%)
“tritium” (หรือ “hydrogen–3”) $\rightarrow$ ${}_{1}^{3}T$ หรือ ${}_{1}^{3}H$ ($t_{1/2} = 12.32\ y$)

“helium ($Z = 2$)” มี “2” main isotopes คือ
“helium–3: ${}_{2}^{3}He$” (0.0002%) และ “helium–4: ${}_{2}^{4}He$” (99.9998%)

“carbon ($Z = 6$)” มี “4” main isotopes คือ
${}_{6}^{11}C$ (20 min), ${}_{6}^{12}C$ (98.9%), ${}_{6}^{13}C$ (1.1%) และ ${}_{6}^{14}C$ (5730 y)

“uranium (Z = 92)” มี “3” main isotopes คือ

$^{234}_{92}U$ $(0.005\%, 2.455 \times 10^{5} y)$, $^{235}_{92}U$ $(0.720\%, 7.04 \times 10^{8} y)$

และ $^{238}_{92}U$ $(99.274\%, 4.468 \times 10^{9} y)$

“proton” → $^{1}_{1}p$

“neutron” → $^{1}_{0}n$

“electron” หรือ “β–particle” → $^{0}_{-1}e$

“positron” (เป็น “antiparticle” ของ “electron”) → $^{0}_{1}e$

“α–particle” คือ (“nucleus” ของ) “helium–4” → $^{4}_{2}\alpha$ หรือ $^{4}_{2}He$

“photon” หรือ “γ–particle” → $^{0}_{0}\gamma = \gamma$

“neutrino” → $^{0}_{0}\nu = \nu$

(1.3) "ขนาด" และ "ความหนาแน่น" ของ "นิวเคลียส"

เนื่องจาก (i) "nucleons" ที่อยู่ภายใน "nucleus" จะอยู่กันอย่าง "ใกล้ชิด"
{โดย "แรงนิวเคลียร์ (nuclear force หรือ strong force)"}

และ (ii) "nucleon" มี "ขนาดคงที่" (ไม่สามารถถูกบีบอัดให้เล็กลง)

$\rightarrow$ "ปริมาตร" ของ "nucleus" (V) จะ "แปรผันตรง" กับ "จำนวน nucleon (A)"

ถ้า "ประมาณ" ว่า "nucleus" มีลักษณะเป็น "ทรงกลม" ที่มี "รัศมี r" จะได้ว่า

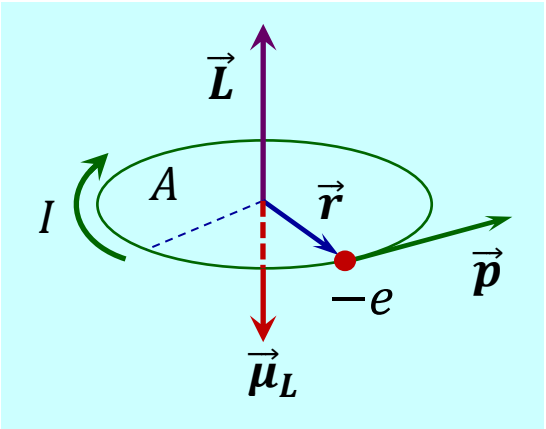
$$V = \left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3 \propto A \;\rightarrow\; r \propto A^{\frac{1}{3}} \;\rightarrow\; r = r_0 A^{1/3} \quad \text{โดยที่ } r_0 = 1.2 \text{ fm}$$

"ความหนาแน่น" ของ "นิวเคลียส": $\rho = \dfrac{M}{V} \approx \dfrac{Am_p}{\left(\frac{4}{3}\right)\pi r_0^3 A} = \dfrac{3m_p}{4\pi r_0^3}$

$\rightarrow$ $\rho \approx$ คงที่ $\approx 2.3 \times 10^{17}$ kg/m^3

"สมบัตินี้" คล้ายกับของ "ของเหลว" $\rightarrow$ "Liquid-Drop" Model ของ "nucleus"

(1.4) “โมเมนตัมเชิงมุม” และ “โมเมนต์ (ขั้วคู่) แม่เหล็ก” ของ “นิวเคลียส”



สำหรับ“electron” ซึ่งมี “มวล m_e” และ “ประจุ $-e$”

$$\vec{\mu}_L = -\left(\frac{e}{2m_e}\right)\vec{L} = -\left(\frac{\mu_B}{\hbar}\right)\vec{L}$$

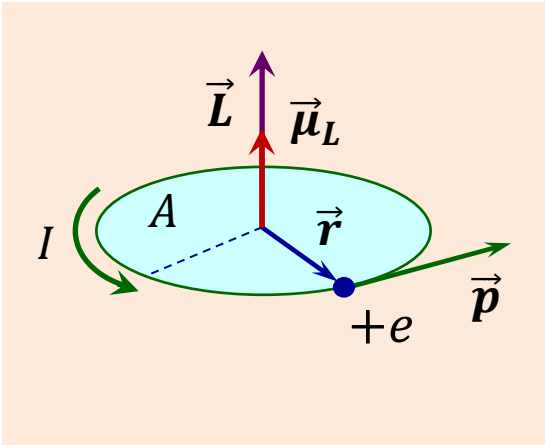
เมื่อ $\mu_B \equiv \dfrac{e\hbar}{2m_e} \equiv$ Bohr magnetron

$(\mu_B = 5.788 \times 10^{-5}\ \text{eV/T})$

“electron” มี “intrinsic spin” angular momentum ($\vec{S}$) โดยมี “$s = 1/2$” $\rightarrow$ มี “intrinsic spin” magnetic dipole moment ($\vec{\mu}_S$) ซึ่งสัมพันธ์กับ “intrinsic spin” angular momentum ($\vec{S}$) ตามสมการ

$$\vec{\mu}_S = -g_{se}\left(\frac{\mu_B}{\hbar}\right)\vec{S} = -2\left(\frac{\mu_B}{\hbar}\right)\vec{S}$$

เมื่อ $g_{se} \equiv$ “electron spin” gyromagnetic ratio ≈ 2 (ไม่มีหน่วย)



สำหรับ “proton” ซึ่งมี “มวล m_p” และ “ประจุ $+e$”

$$\vec{\mu}_L = \left(\frac{e}{2m_p}\right)\vec{L} = \left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)\vec{L}$$

เมื่อ $\mu_N \equiv \dfrac{e\hbar}{2m_p} \equiv$ nuclear magnetron

$(\mu_N = 3.152 \times 10^{-8}\ \text{eV/T})$

“proton” ก็มี “intrinsic spin” angular momentum $(\vec{S})$ โดยมี “$s = 1/2$” $\rightarrow$ มี “intrinsic spin” magnetic dipole moment $(\vec{\mu}_S)$ ซึ่งสัมพันธ์กับ “intrinsic spin” angular momentum $(\vec{S})$ ตามสมการ

$$\vec{\mu}_S = g_{sp}\left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)\vec{S} = (5.586)\left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)\vec{S}$$

เมื่อ $g_{sp} \equiv$ “proton spin” gyromagnetic ratio = 5.586 (ไม่มีหน่วย)

(ได้จากการทดลอง)

การที่ $g_{sp} = 5.586$ มีค่า “ไม่เป็นจำนวนเต็ม” บอกเราโดยอ้อมว่า

“proton” เป็น “composite system” (“ไม่ใช่” elementary particle)

ในปัจจุบัน เราทราบว่า

“proton” ประกอบด้วย “Quark” 3 ตัว

โดยเป็น “up” quark “2” ตัว และ “down” quark “1” ตัว

Quark	ประจุไฟฟ้า	spin
“up”	$+\left(\frac{2}{3}\right)e$	$\frac{1}{2}$
“down”	$-\left(\frac{1}{3}\right)e$	$\frac{1}{2}$

ในกรณีของ “neutron” เนื่องจาก “neutron” มี “ประจุไฟฟ้า” เป็น “ศูนย์” (เป็น “กลาง”) ดังนั้น สำหรับ “neutron” จะ “ไม่มี” orbital magnetic dipole moment ($\vec{\boldsymbol{\mu}}_L$)

อย่างไรก็ตาม จาก “การทดลอง” พบว่า “neutron” (i) มี “intrinsic spin” angular momentum ($\vec{\boldsymbol{S}}$) โดยมี “$s = 1/2$” และ (ii) มี “intrinsic spin” magnetic dipole moment ($\vec{\boldsymbol{\mu}}_S$) ซึ่งสัมพันธ์กับ “intrinsic spin” angular momentum ($\vec{\boldsymbol{S}}$) ตามสมการ

$$\vec{\boldsymbol{\mu}}_S = g_{sn}\left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)\vec{\boldsymbol{S}} = (-3.826)\left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)\vec{\boldsymbol{S}}$$

เมื่อ $g_{sn} \equiv$ “neutron spin” gyromagnetic ratio $= -3.826$ (ไม่มีหน่วย)

ทั้งนี้เพราะ “neutron” เป็น “composite system” ประกอบด้วย “Quark” 3 ตัว โดยเป็น “up” quark “1” ตัว และ “down” quark “2” ตัว

ในกรณีของ “nucleus” ซึ่งประกอบด้วย “proton” Z ตัว และ “neutron” N ตัว เนื่องจาก

(i) ทั้ง “proton” และ “neutron”

ต่างก็มี “intrinsic spin” angular momentum ($\vec{\boldsymbol{S}}$) (“spin”) โดยมี “$s = 1/2$”

และ

(ii) ทั้ง “proton” และ “neutron” อาจมี “orbital motion” ภายใน “nucleus”

นั้นคือ อาจมี “orbital angular momentum ($\vec{\boldsymbol{L}}$)” ด้วย

ดังนั้น

“total” angular momentum ของ “nucleus” จะเป็น

“ผลรวม” ของ “spin” และ “orbital angular momentum” ของ “nucleons” ทุกตัว

อย่างไรก็ตาม

นิยมเรียก “total” angular momentum ของ nucleus ว่า “Nuclear Spin ($\vec{\boldsymbol{I}}$)”

เนื่องจาก “nuclear spin ($\vec{\boldsymbol{I}}$)” เป็น “angular momentum” ดังนั้น

“nuclear spin ($\vec{\boldsymbol{I}}$)” จะถูกระบุโดย “quantum number” 2 ตัว $\rightarrow$ “I” และ “M_I”

เมื่อ “I” = “nuclear spin” quantum number ซึ่งสามารถมีค่าเป็น

“จำนวนครึ่ง (half-integer)” หรือ “จำนวนเต็มบวก (positive integer)”

$$I = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \cdots$$

โดยจะมีค่าเป็น “ค่าใดค่าหนึ่งเพียงค่าเดียว” ทั้งนี้ขึ้นกับ “ชนิดของ nucleus”

“I” จะบอก “ขนาด” ของ “nuclear spin” ผ่านความสัมพันธ์

$$\left|\vec{\boldsymbol{I}}\right|^2 = I(I+1)\,\hbar^2 \quad \text{หรือ} \quad \left|\vec{\boldsymbol{I}}\right| = \sqrt{I(I+1)}\,\hbar$$

และ “M_I” = “nuclear magnetic” quantum number ซึ่งสามารถมีค่า $(2I+1)$ ค่า

โดย เริ่มจาก “$-I$” เพิ่มขึ้นทีละหนึ่งหน่วย จนถึง “I”

$$M_I = -I, -I+1, \cdots, I-1, I$$

“M_I”จะบอก “การวางตัว” ของ “nuclear spin” ผ่านความสัมพันธ์ $I_z = M_I\hbar$

ค่า “nuclear spin” quantum number (I) สำหรับ nucleus บางชนิด

“hydrogen” $\rightarrow\ I({}^{1}_{1}H) = \frac{1}{2},\ I({}^{2}_{1}H) = 1,\ I({}^{3}_{1}H) = \frac{1}{2}$

“helium” $\rightarrow\ I({}^{3}_{2}He) = \frac{1}{2},\ I({}^{4}_{2}He) = 0$

“lithium” $\rightarrow\ I({}^{6}_{3}Li) = 1,\ I({}^{7}_{3}Li) = \frac{3}{2}$

“carbon” $\rightarrow\ I({}^{11}_{6}C) = \frac{3}{2},\ I({}^{12}_{6}C) = 0\ ,\ I({}^{13}_{6}C) = \frac{1}{2},\ I({}^{14}_{6}C) = 0$

“nitrogen” $\rightarrow\ I({}^{13}_{7}N) = \frac{1}{2},\ I({}^{14}_{7}N) = 1,\ I\left({}^{15}_{7}N\right) = \frac{1}{2}$

“oxygen” $\rightarrow I({}^{16}_{8}O) = 0,\ I({}^{17}_{8}O) = \frac{5}{2},\ I({}^{18}_{8}O) = 0$

“aluminum–27” $\rightarrow\ I({}^{27}_{13}Al) = \frac{5}{2}$

“holmium–165” $\rightarrow\ I\left({}^{165}_{67}Ho\right) = \frac{7}{2}$

“gold–197” $\rightarrow\ I({}^{197}_{79}Au) = \frac{3}{2}$

“uranium” $\rightarrow\ I({}^{234}_{92}U) = 0,\ I\left({}^{235}_{92}U\right) = \frac{7}{2},\ I({}^{238}_{92}U) = 0$

ในกรณีของ “nucleus” :

“nucleus” ที่มี “nuclear spin $\vec{\boldsymbol{I}}$” จะมี “nuclear” magnetic dipole moment

$$\vec{\boldsymbol{\mu}}_I = +g_I \left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)\vec{\boldsymbol{I}}$$

เลือกใช้เครื่องหมาย “บวก” (เนื่องจาก “nucleus” มี “ประจุไฟฟ้า” เป็น “บวก”)

“g_I” ≡ “nuclear g-factor” หรือ “nuclear Landé factor”

ค่าของ “g_I”: (1) ขึ้นกับ “ชนิดของ nucleus” และสามารถ หาได้จาก “การทดลอง”

(2) สามารถมีค่าเป็นได้ทั้ง “บวก” และ “ลบ”

(3) มีค่า “ไม่เป็นจำนวนเต็ม” ↔ “nucleus” เป็น “compound system”

$$g_I({}^1_1H) = +5.586 = g_{sp},\ g_I({}^2_1H) = +0.857,\ g_I({}^3_1H) = +5.958$$

$$g_I({}^3_2He) = -4.255,\ g_I({}^4_2He) = 0$$

Nuclear Magnetic Resonance (NMR)

ถ้า “nucleus” ซึ่งมี “nuclear magnetic dipole moment $\vec{\boldsymbol{\mu}}_I$” ไปอยู่ใน “บริเวณ” ที่มี “สนามแม่เหล็ก $\vec{\boldsymbol{B}} = B\hat{\boldsymbol{e}}_z$” จะมี “interaction” ระหว่าง “$\vec{\boldsymbol{\mu}}_I$” กับ “$\vec{\boldsymbol{B}}$” โดยที่ “interaction” potential energy คือ

$$U = -\vec{\boldsymbol{\mu}}_I \bullet \vec{\boldsymbol{B}} = -g_I \left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right) \vec{\boldsymbol{I}} \bullet \vec{\boldsymbol{B}} = -g_I \left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right) B I_z = -g_I \mu_N B M_I$$

มี “การแยก” ของ “ระดับพลังงาน” ของ “nucleus” (nuclear energy level) [เนื่องจาก interaction ระหว่าง “nuclear magnetic dipole moment ($\vec{\boldsymbol{\mu}}_I$)” กับ “สนามแม่เหล็ก $\vec{\boldsymbol{B}} = B\hat{\boldsymbol{e}}_z$”] ออกเป็น “$2I + 1$” levels ตาม “ค่าที่เป็นไปได้” ของ “nuclear magnetic quantum number (M_I)”

ถ้าให้ “พลังงาน (ในรูปคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า) ที่มีค่า (ความถี่) พอเหมาะ” จะสามารถ “กระตุ้น” ให้เกิดการ “เปลี่ยนระดับพลังงาน” ($\leftrightarrow$ การ “เปลี่ยนทิศทางการวางตัว” ของ $\vec{\boldsymbol{\mu}}_I$) ได้

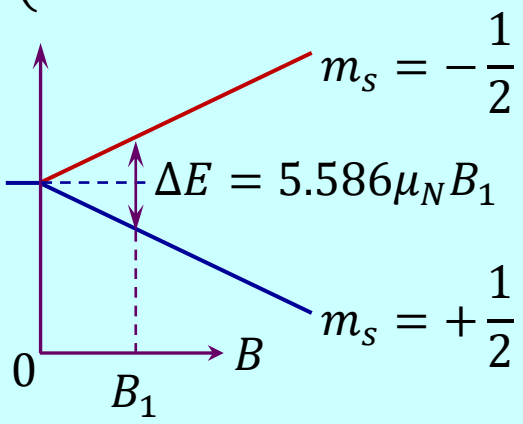
$\rightarrow$ “Nuclear Magnetic Resonance (NMR)”

พิจารณากรณีของ “isolated” nucleon : $\vec{\mu}_S = g_s\left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)\vec{S}$

$\rightarrow$ $U = -\vec{\mu}_S \bullet \vec{B} = -g_s\left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)\vec{S}\bullet\vec{B} = -g_s\left(\frac{\mu_N}{\hbar}\right)BS_z = -g_s\mu_N B m_s$

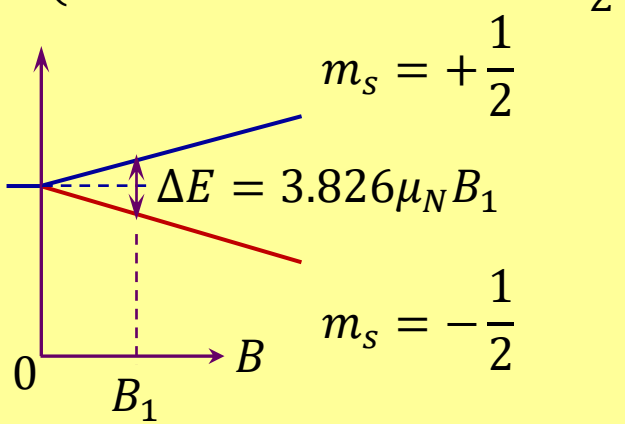
“proton”: $g_s \rightarrow g_{sp} = 5.586$

$$U = \begin{cases} -2.793\,\mu_N B \ \text{ for } \ m_S = +\frac{1}{2} \\ +2.793\,\mu_N B \ \text{ for } \ m_S = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



“neutron”: $g_s \rightarrow g_{sn} = -3.826$

$$U = \begin{cases} +1.913\,\mu_N B \ \text{ for } \ m_S = +\frac{1}{2} \\ -1.913\,\mu_N B \ \text{ for } \ m_S = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



(2) “การยึดเหนี่ยว” ภายใน “นิวเคลียส”

(2.1) “พลังงานยึดเหนี่ยว” และ “พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน”

การที่ “อนุภาค” มา “อยู่รวมกัน” เป็น “ระบบ” แสดงว่า

“การอยู่รวมกัน” มีความเสถียรมากกว่า “การอยู่แยกกัน”

“พลังงาน”ของ “ระบบ” ต่ำกว่า “ผลรวม” ของ “พลังงาน” ของ “อนุภาค”

“มวล” ของ “ระบบ” น้อยกว่า “ผลรวม” ของ “มวล” ของ “อนุภาค” (ที่มารวมกันเป็นระบบ)

ถ้าต้องการ “แยกสลายระบบ” {“แยกระบบ” ออกเป็น “อนุภาค” (หรือ “องค์ประกอบย่อย”) ที่ “เป็นอิสระต่อกัน” (“ไม่มี interaction ระหว่างกัน”)}

จะต้อง “ให้พลังงาน” กับ “ระบบ” เป็นปริมาณ “อย่างน้อยที่สุด” เท่ากับ

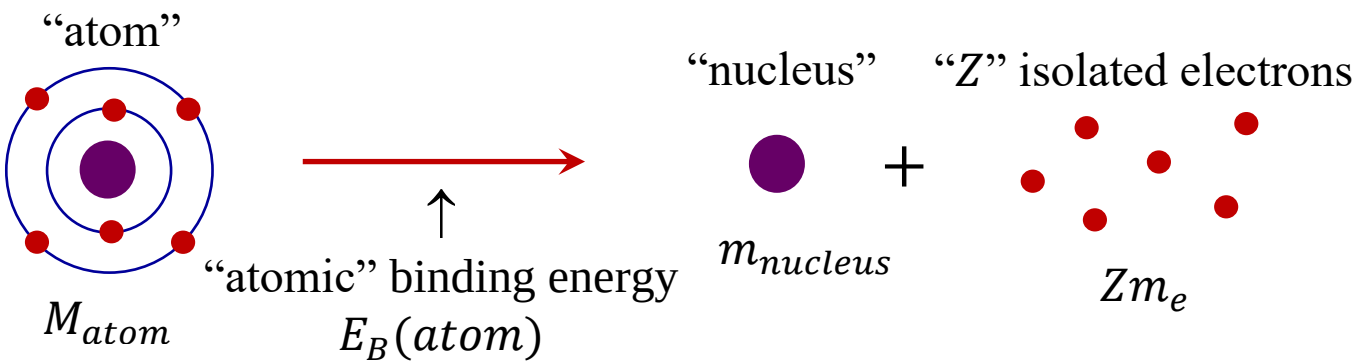
“ปริมาณพลังงานที่ต้องใช้” เพื่อ “เปลี่ยนรูป” เป็น “มวลที่หายไป”

$\downarrow$

“พลังงานที่ต้องใช้” เพื่อ “แยกสลายระบบ” $\equiv$ “พลังงานยึดเหนี่ยว (Binding Energy, E_B)”

ในกรณีของ “atom” ซึ่ง ประกอบด้วย “nucleus” กับ “electrons Z ตัว”

“Atomic” Binding Energy (“พลังงานยึดเหนี่ยว” ของ “atom”) ≡
“พลังงานที่ต้องใช้” ในการ “แยก atom” ออกเป็น “nucleus” กับ “Z” isolated electrons



Conservation of “Mass-Energy” →

$$M_{atom}c^2 + E_B(atom) = m_{nucleus}c^2 + Z(m_e c^2)$$

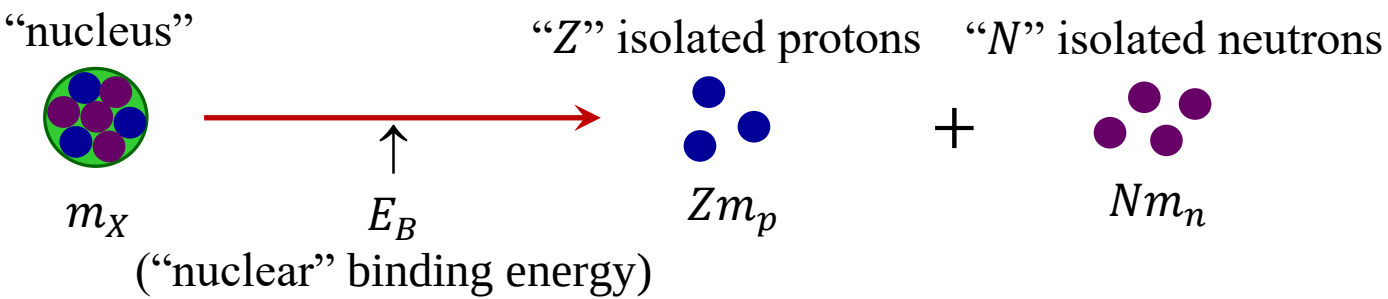
“ระดับขนาด” ของ “$E_B(atom)$” คือ “eV” ส่วน “เทอมอื่นๆ” มี “ระดับขนาด” เป็น “MeV”

→ ประมาณได้ว่า $m_{nucleus} = M_{atom} - Z(m_e)$

ในกรณีของ “nucleus” ของ “ธาตุ X” ซึ่งประกอบด้วย “Z protons” และ “N neutrons”

“Nuclear” Binding Energy (“พลังงานยึดเหนี่ยว” ของ “nucleus”) ≡

“พลังงานที่ต้องใช้” ในการ “แยก nucleus X” ออกเป็น “A” isolated nucleons



Conservation of “Mass-Energy” → $m_X c^2 + E_B = Z(m_p c^2) + N(m_n c^2)$

$$E_B = \left(Zm_p + Nm_n - m_X\right)c^2$$

ถ้าประมาณว่า “$E_B(atom) \ll$ rest energies” จะสามารถเขียน E_B ได้เป็น

$$E_B = [Z(M_p - m_e) + Nm_n - (M_X - Zm_e)]c^2 = (ZM_H + Nm_n - M_X)c^2$$

เมื่อ $M_H =$ “มวล” ของ “hydrogen atom” และ $M_X =$ “มวล” ของ “X atom”

ตัวอย่าง จงหา “พลังงานยึดเหนี่ยว (binding energy)” ของ $^{58}_{28}Ni$

$^{58}_{28}Ni \rightarrow$ มี “proton” 28 ตัว และมี “neutron” 30 ตัว

ถ้าบอก “nuclear mass” ของ $^{58}_{28}Ni$ ซึ่งมีค่า 57.91994 u $\rightarrow$

$$E_B(Ni) = \left(Zm_p + Nm_n - m_{Ni}\right)c^2$$

$$E_B(Ni) = \{(28 \times 1.00728) + (30 \times 1.00866) - 57.91994\}\mathrm{u}c^2$$

$$E_B(Ni) = (0.5437)\mathrm{u}c^2 = (0.5437)\left(931.5\,\frac{\mathrm{MeV}}{c^2}\right)c^2 = 506.5\ \mathrm{MeV}$$

ถ้าบอก “atomic mass” ของ $^{58}_{28}Ni$ ซึ่งมีค่า 57.93534 u $\rightarrow$

$$E_B(Ni) = (ZM_H + Nm_n - M_{Ni})c^2$$

$$E_B(Ni) = \{(28 \times 1.00783) + (30 \times 1.00866) - 57.93534\}\mathrm{u}c^2$$

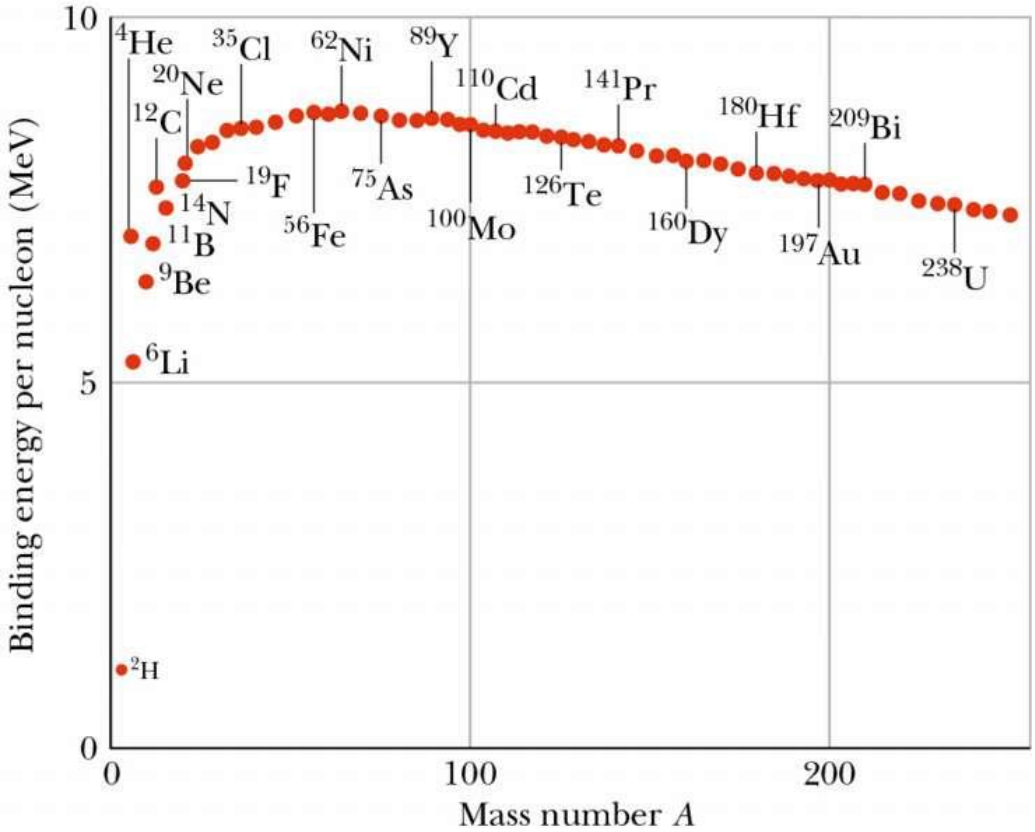
$$E_B(Ni) = (0.5437)\mathrm{u}c^2 = 506.5\ \mathrm{MeV}$$

ในการเปรียบเทียบ “ความเสถียร” ระหว่าง “นิวเคลียสชนิดต่างๆ” จะใช้ค่า

“พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน
(Binding Energy per Nucleon, E_B/A)”

“nucleus” ที่มีค่า “E_B/A” สูงสุด คือ “nickel–62 ($^{62}_{28}Ni$)” โดยมีค่า 8.795 MeV
(“atomic mass” ของ $^{62}_{28}Ni$ คือ “61.92835 u”}

“nickel” มี “5 stable isotope” คือ $^{58}_{28}Ni$ (68.077%), $^{60}_{28}Ni$ (26.223%),
$^{61}_{28}Ni$ (1.140%), $^{62}_{28}Ni$ (3.635%) และ $^{64}_{28}Ni$ (0.926%)



(http://www.physics.ohio-state.edu/~kagan/phy367/Lectures/Image14_3.jpg)

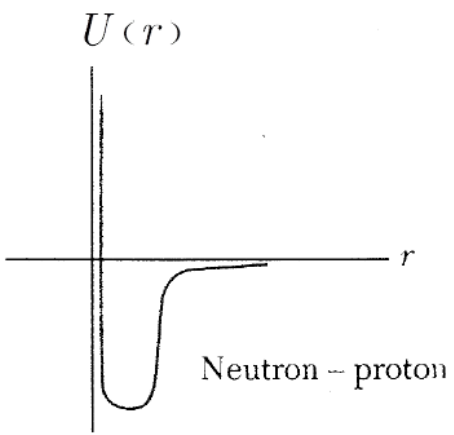
(2.2) แรงนิวเคลียร์ (Nuclear Force) หรือ แรงนิวเคลียร์อย่างแรง (Strong Force)

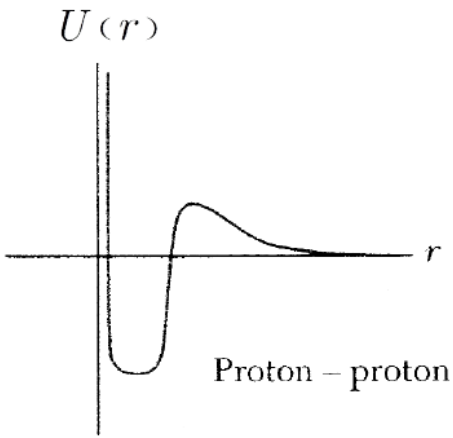
→ แรงที่ “ยึด nucleons” (“protons” และ “neutrons”) ไว้ด้วยกัน “ภายใน nucleus”

→ มี “ระยะทำการ” สั้นมาก (short range) ~ 1 fm

→ ในระยะทำการ(~ 1 fm) จะมี “ความแรง” มากกว่า “Repulsive Coulomb Force” ระหว่าง “protons”

→ ไม่ขึ้นกับ “ชนิด” ของ “nucleon” (ไม่ขึ้นกับ “ชนิด” ของ “ประจุไฟฟ้า”)

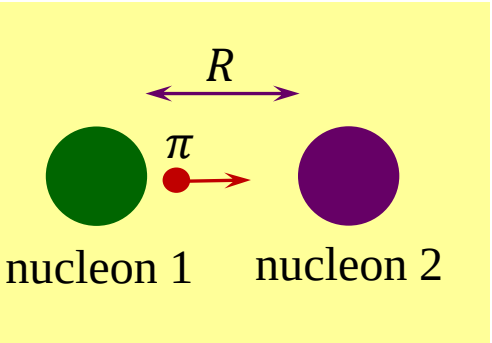




“Yukawa’s Theory” of “Nuclear Force” (1935)

“แรงนิวเคลียร์” เกิดจาก การแลกเปลี่ยน (exchange) “อนุภาค” ระหว่าง “นิวคลีออน”
เรียก “อนุภาค” นี้ ว่า “π–meson (พาย-มีซอน)” หรือ “pion (พายออน)”
(“EM force” เกิดจาก การแลกเปลี่ยน “photon” ระหว่าง “charged particles”)

การ “ประมาณ” ค่า “มวล” ของ “π–meson”
โดยใช้ Heisenberg’s “Energy-Time” Uncertainty Relation: $\Delta E\ \Delta t \sim \hbar$



“ช่วงเวลาที่สั้นที่สุด” ที่สามารถ “เห็น” อนุภาค “pion” คือ

$$t_{min} = \frac{R}{c} \rightarrow \Delta t \sim t_{min} = \frac{R}{c}$$

Special Relativity $\rightarrow E_\pi = \sqrt{(pc)^2 + (m_\pi c^2)^2}$

$$(E_\pi)_{min} = m_\pi c^2 \rightarrow \Delta E \sim (E_\pi)_{min} = m_\pi c^2$$

$$\rightarrow \quad \Delta E\ \Delta t \sim (m_\pi c^2)\left(\frac{R}{c}\right) \sim \hbar \rightarrow m_\pi = \frac{\hbar}{Rc} = \frac{h}{2\pi Rc}$$

$\rightarrow \quad m_\pi = \dfrac{h}{2\pi Rc} = \dfrac{(6.626 \times 10^{-34}\ \text{J·s})}{2\pi(1.5 \times 10^{-15}\ \text{m})(3 \times 10^{8}\ \text{m/s})} = 2.34 \times 10^{-28}\ \text{kg}$

$\rightarrow \qquad m_\pi = 2.34 \times 10^{-28}\ \text{kg} \approx 257\, m_e$

$\rightarrow \qquad m_e < m_\pi \approx 257\, m_e < m_p \approx m_n \approx 1800 m_e$

("meson" $\leftrightarrow$ "middle" weight)

$\rightarrow$ ในปี "1947" พบ "π–mesons" ใน "Cosmic Rays" $\rightarrow$ มี "3" ชนิด

	π^+	π^0	π^-
"ประจุไฟฟ้า"	$+e$	0	$-e$
"มวล"	$273.23\, m_e$	$264.4\, m_e$	$273.23\, m_e$
"spin"	0	0	0

$\rightarrow$ "proton–neutron" interaction เกิดจากการแลกเปลี่ยน π^+ หรือ π^-:

$$n \leftrightarrow p + \pi^- \ ; \ p \leftrightarrow n + \pi^+$$

$\rightarrow$ "proton–proton"/ "neutron–neutron" interactions $\leftrightarrow$ การแลกเปลี่ยน π^0

(3) “กัมมันตภาพรังสี (Radioactivity)”

(3.1) Exponential Decay Law

“นิวเคลียสกัมมันตรังสี (Radioactive Nuclei)” หมายถึง
“นิวเคลียส” (ของ “ธาตุ”) ที่ “ไม่เสถียร (unstable)” มีชีวิตอยู่ได้ “ชั่วระยะเวลาหนึ่ง” แล้ว
“สลายตัว (decay)” หรือ “แตกตัว (disintegrate)” เป็น “นิวเคลียสอื่น” ที่มี “ขนาดเล็กลง”

เราไม่สามารถบอกได้อย่างเฉพาะเจาะจงว่า แต่ละนิวเคลียสกัมมันตรังสี จะ “สลายตัวเมื่อใด”
บอกได้ในแง่ของ “โอกาสที่จะเกิดการสลายตัว”

เวลา	จำนวน “นิวเคลียสกัมมันตรังสี” ที่เหลืออยู่
0	N_0
t	$N(t)$
$t + dt$	$N(t + dt) = N(t) + dN(t)$

เนื่องจาก จำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี “ลดลง” เมื่อ เวลา “เพิ่มขึ้น” $\rightarrow$ “$dN(t)$” เป็น “ลบ”

"กัมมันตภาพ [activity, $R(t)$]"

$\equiv$ "อัตราการสลายตัว" ของ "นิวเคลียสกัมมันตรังสี" ณ เวลา "t"

$\equiv$ จำนวน "นิวเคลียสกัมมันตรังสี" ที่ "สลายตัวไป" ใน "ช่วงเวลา 1 วินาที" ณ เวลา "t"

$$R(t) \equiv -\frac{dN(t)}{dt}$$

"หน่วย"ของ"activity, $R(t)$": $[R(t)] = \frac{\text{นิวเคลียส}}{\text{วินาที}} = \text{เบคเคอเรล (Becquerel, Bq)}$

$$1 \text{ Curie (คูรี)} = 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

$$R(t) \equiv -\frac{dN(t)}{dt} \propto N(t) \rightarrow \frac{dN(t)}{dt} = -\lambda\, N(t) \rightarrow \frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda\, dt$$

"λ" $\equiv$ "decay" (หรือ "disintegration") constant (ค่าคงตัวของการสลายตัว)

"integrate" $\rightarrow$ $\int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN(t)}{N(t)} = -\lambda \int_0^t dt$ $\rightarrow$ $[\ell n\, N(t)]_{N_0}^{N(t)} = -\lambda\, [t]_0^t$

$\rightarrow$ $\ell n\, N(t) - \ell n\, N_0 = \ell n \left[\frac{N(t)}{N_0}\right] = -\lambda t$ $\rightarrow$ $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

$\downarrow$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

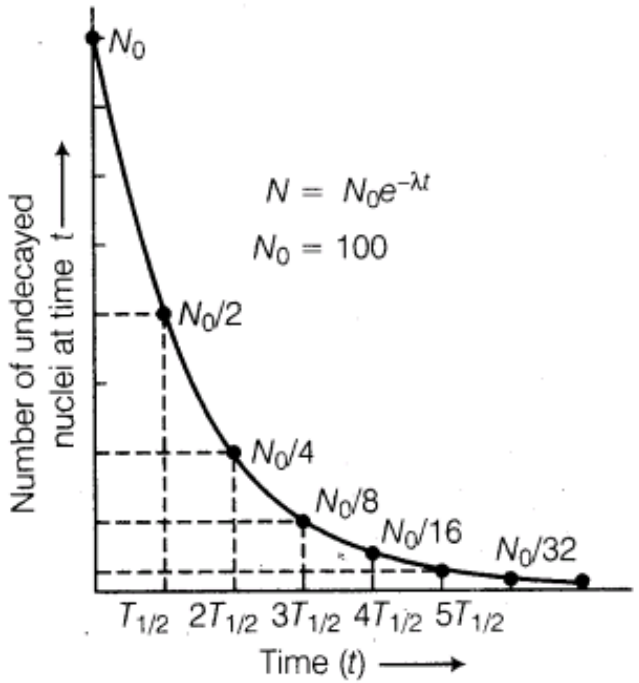
"Exponential" Decay Law

$\downarrow$

$$R(t) \equiv -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)$$

"Activity"

The curve representing the law of radioactive decay is shown as below:



Decay curve for a radioactive element **(1)**

https://farm6.staticflickr.com/5629/22949694554_481d458f59_o.png

“ครึ่งชีวิต (half-life, $T_{1/2}$)”

“ช่วงเวลา” ที่ “จำนวนนิวเคลียสกัมมันตรังสี” ลดลงเหลือ “ครึ่งหนึ่ง” ของ “จำนวนเริ่มต้น”

$$N\left(t = T_{1/2}\right) = \frac{N(t=0)}{2} = \frac{N_0}{2}$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \;\rightarrow\; N(t = T_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} = \frac{N_0}{2}$$

$$e^{-\lambda T_{1/2}} = \frac{1}{2} \;\rightarrow\; e^{\lambda T_{1/2}} = 2 \;\rightarrow (\text{take } \ell n) \;\rightarrow\; \lambda T_{1/2} = \ell n 2 = 0.693$$

$$T_{1/2} = \frac{\ell n 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

"อายุขัยเฉลี่ย (mean-life, τ)"

$N(t) =$ จำนวน "นิวเคลียสกัมมันตรังสี" ที่ "เหลืออยู่" ณ เวลา "t"

$-dN(t) =$ จำนวน "นิวเคลียสกัมมันตรังสี" ที่ "สลายตัว" ในช่วงเวลา t ถึง $t + dt$

[ซึ่งก็คือ จำนวน "นิวเคลียสกัมมันตรังสี" ที่ มี "อายุขัย (lifetime)" เท่ากับ "t"]

(อยู่ได้นาน t ก่อนจะสลายตัว)

$$\tau = \frac{1}{N_0}\int_{N_0}^{0} t(-dN)$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \;\rightarrow\; dN = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt \;\rightarrow\; -dN = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

$$N(t) = N_0 \;\rightarrow\; t = 0 \;\text{ และ }\; N(t) = 0 \;\rightarrow\; t = \infty$$

$$\tau = \frac{1}{N_0}\int_0^{\infty} t\left(\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt\right) = \lambda\left(\int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt\right) = \lambda\left(\frac{1}{\lambda^2}\right) = \frac{1}{\lambda}$$

$$N(t = \tau) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-1} = \frac{N_0}{e}$$

$$\int_0^\infty te^{-\lambda t}dt = \frac{1}{\lambda^2}$$

ใช้วิธี “integration by part” : $\int udv = uv - \int vdu$

ให้ $u = t$ และ $dv = e^{-\lambda t}dt$ จะได้ $du = dt$ และ $v = -\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}$ ดังนั้น

$$\int_0^\infty te^{-\lambda t}dt = -\frac{1}{\lambda}\left[te^{-\lambda t}\right]_0^\infty + \frac{1}{\lambda}\int_0^\infty e^{-\lambda t}dt$$

$$\int_0^\infty te^{-\lambda t}dt = 0 - \frac{1}{\lambda^2}\left[e^{-\lambda t}\right]_0^\infty = \frac{1}{\lambda^2}$$

(3.2) Carbon Dating (การบอกอายุของซากสิ่งมีชีวิต โดยใช้ carbon–14)

→ “carbon–14” เป็น “radioactive isotope” ของ “carbon” [เกิดจาก “การชน” ระหว่าง “cosmic rays” (จากนอกโลก) กับ “CO_2” (ในบรรยากาศของโลก)]

→ “carbon–14” จะ “สลายตัว” แบบ “$\beta^- - decay$” โดยมี “$T_{1/2} = 5{,}730$ ปี”

$$^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}$$

→ $$\left(\frac{\text{จำนวน } {}^{14}_{6}C}{\text{จำนวน } {}^{12}_{6}C}\right)_{\text{ในบรรยากาศ}} = \left[\frac{N({}^{14}_{6}C)}{N({}^{12}_{6}C)}\right]_{\text{ในบรรยากาศ}} \approx 1.33 \times 10^{-12} \approx \text{คงที่}$$

→ สิ่งมีชีวิตที่ “ยังไม่ตาย” จะมีการแลกเปลี่ยน “CO_2” กับ “สิ่งแวดล้อม”

$$\left[\frac{N({}^{14}_{6}C)}{N({}^{12}_{6}C)}\right]_{\text{ในสิ่งมีชีวิตที่ยังไม่ตาย}} \approx 1.33 \times 10^{-12} \approx \text{คงที่}$$

→ เมื่อสิ่งมีชีวิต “ตาย” → “หยุด” การแลกเปลี่ยน “CO_2” กับ “สิ่งแวดล้อม” → จำนวน “carbon–14” (ในสิ่งมีชีวิต) จะ “ลดลง” (“สลายตัว” แต่ “ไม่ได้รับเพิ่ม”) ในขณะที่ จำนวน “carbon–12” (ในสิ่งมีชีวิต) จะ “คงที่” (เป็น “stable isotope”)

$$\left[\frac{N(^{14}_{6}C)}{N(^{12}_{6}C)}\right]_{\text{ในสิ่งมีชีวิตที่ตายแล้ว}} < 1.33 \times 10^{-12}$$

→ ให้ $t = 0$ เป็นเวลาที่สิ่งมีชีวิต “ตาย” และ จำนวน “$^{14}_{6}C$” ณ “เวลา $t = 0$” คือ N_0

$$\frac{N_0}{N(^{12}_{6}C)} = 1.33 \times 10^{-12}$$

→ ให้ จำนวน “$^{14}_{6}C$” ที่เหลืออยู่ ณ “เวลา t” คือ $N(t)$ จะได้

$$\frac{N(t)}{N(^{12}_{6}C)} = x \text{ (ซึ่ง } < 1.33 \times 10^{-12})$$

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{x}{1.3 \times 10^{-12}}$$

ใช้ “exponential decay law”: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-(\ell n 2/T_{1/2})t}$ จะได้

$$e^{-\lambda t} = e^{-(\ell n 2/T_{1/2})t} = \frac{x}{1.3 \times 10^{-12}}$$

ถ้ารู้ “x” และ “λ” (หรือ “$T_{1/2}$”) จะสามารถ หา “t” ได้

$$-\lambda t = -\left(\frac{\ell n 2}{T_{1/2}}\right) t = \ell n \left(\frac{x}{1.33 \times 10^{-12}}\right)$$

$$t = -\frac{1}{\lambda}\, \ell n \left(\frac{x}{1.33 \times 10^{-12}}\right) = -\left(\frac{T_{1/2}}{\ell n 2}\right) \ell n \left(\frac{x}{1.33 \times 10^{-12}}\right)$$

↓

หา “อายุ” ของ “ซาก” ของ” “สิ่งมีชีวิต” ได้ (ว่า “ตาย” มานานเท่าใด)

ตัวอย่าง

ในซากพืชต้นหนึ่ง อัตราส่วนระหว่างคาร์บอน-14 ต่อคาร์บอนทั้งหมดมีค่า 0.618×10^{-12} และพบว่า อัตราส่วนระหว่างคาร์บอน-14 กับคาร์บอนทั้งหมดในบรรยากาศปัจจุบันมีค่าเป็น 1.33×10^{-12} จงหาว่าพืชต้นนี้ตายมาแล้วกี่ปี (ให้ประมาณว่า อัตราส่วนระหว่างคาร์บอน-14 กับคาร์บอนทั้งหมดในบรรยากาศในขณะที่พืชตายมีค่าเท่ากับในปัจจุบัน)

(i) **จากข้อมูลที่กำหนดให้ จะได้ว่า** $x = 0.618 \times 10^{-12}$

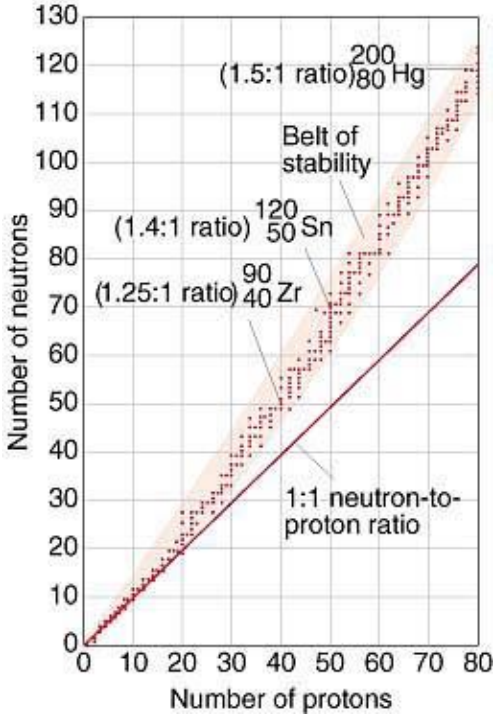
(ii) **คาร์บอน-14 มี "ครึ่งชีวิต"** $T_{1/2} = 5730$ **ปี**

$$\rightarrow \qquad t = -\left(\frac{T_{1/2}}{\ell n 2}\right) \ell n \left(\frac{x}{1.33 \times 10^{-12}}\right)$$

$$\rightarrow \qquad t = -\left(\frac{5730 \text{ ปี}}{\ell n 2}\right) \ell n \left(\frac{0.618 \times 10^{-12}}{1.33 \times 10^{-12}}\right) = 6{,}336 \text{ ปี}$$

(4) “เสถียรภาพ (Stability)” และ “การสลายตัวแบบต่างๆ” ของ “นิวเคลียส”

(4.1) Segre Chart



จาก “กราฟแสดงความสัมพันธ์” ระหว่าง “จำนวนนิวตรอน (N)” และ “จำนวนโปรตอน (Z)” ที่มีอยู่ใน “นิวเคลียสที่เสถียร” {ซึ่งเรียกว่า “Segre Chart” (อ่านว่า “เซเก”)} พบว่า

→ “นิวเคลียสที่เสถียร” จะมี “N” และ “Z” ได้ “บางค่า”

→ “นิวเคลียสที่เสถียร” ที่มี “ขนาดเล็ก” จะมี $N \approx Z$

→ “นิวเคลียสที่เสถียร” ที่มี “ขนาดโต” จะมี $N > Z$
(ขนาดโต → มีโปรตอนมาก → แรงผลักทางไฟฟ้ามาก → ต้องเพิ่มนิวตรอน เพื่อเพิ่มแรงดึงดูด)

→ ไม่มี “นิวเคลียสที่เสถียร” ที่มี $Z > 84$

(http://wps.prenhall.com/wps/media/objects/3084/3158429/blb2102/bl21fg02.JPG)

“นิวเคลียส” ที่มี “จำนวนนิวตรอน” และ/หรือ “จำนวนโปรตอน” และ/หรือ “อัตราส่วน” ระหว่าง “จำนวนนิวตรอน” กับ “จำนวนโปรตอน” ไม่เหมาะสม จะ “ปรับตัว (สลายตัว)” โดยการปล่อย “อนุภาคบางชนิด” ออกมา

(4.2) การสลายตัวให้อนุภาคแอลฟา (α–Decay)

เนื่องจาก “α–particle” คือ “nucleus” ของ “helium” (^4_2He) ดังนั้น “สมการแสดงการสลายตัวแบบ α–decay” จะเขียนได้เป็น

“parent”		“daughter”		“α–particle”		
^A_ZP	$\rightarrow$	$^{A-4}_{Z-2}D$	+	^4_2He	+	Q_α
m_P		m_D		m_α		

เมื่อ “Q_α” คือ “พลังงานที่ได้จากการสลายตัว (disintegration energy)” แบบ α–decay:

$$Q_\alpha \equiv \left(\sum m_{before} - \sum m_{after}\right)c^2 = (m_P - m_D - m_\alpha)c^2$$

การเขียน “สมการแสดงการสลายตัว” จะต้องเป็นไปตาม “Conservation Laws” สำหรับ (i) ประจุไฟฟ้า (“atomic number” Z) และ (ii) จำนวนนิวคลีออน (“mass number” A)

“การสลายตัว” จะมี “โอกาส” ที่จะ “เกิดขึ้นได้เอง” เมื่อ “Q_α” มีค่าเป็น “บวก”
(ถ้า “Q_α” เป็น “ลบ” → “การสลายตัว” จะ “เกิดขึ้นเองไม่ได้”)

ถ้าก่อนการสลายตัว “parent nucleus” อยู่นิ่ง และ หลังการสลายตัว “decay products” อยู่ใน “ground state” → “Q_α” จะอยู่ในรูป “พลังงานจลน์” ของ “decay products” (“daughter nucleus” และ “α–particle”)

	${}^{A}_{Z}P$ →	${}^{A-4}_{Z-2}D$ +	${}^{4}_{2}He$
“rest” energy	$m_P c^2$	$m_D c^2$	$m_\alpha c^2$
“kinetic” energy	0	K_D	K_α

Conservation of Energy → $m_P c^2 = (m_D c^2 + K_D) + (m_\alpha c^2 + K_\alpha)$ →

$$Q_\alpha = [m_P - m_D - m_\alpha]c^2 = K_D + K_\alpha$$

$$^{A}_{Z}P \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}D + {}^{4}_{2}He + Q_\alpha$$

ในเทอมของ “atomic mass” จะได้

$$Q_\alpha = [m_P - m_D - m_\alpha]c^2$$

$$Q_\alpha = [(M_P - Zm_e) - \{M_D - (Z-2)m_e\} - (M_{He4} - 2m_e)]c^2$$

$$Q_\alpha = [M_P - M_D - M_{He4}]c^2$$

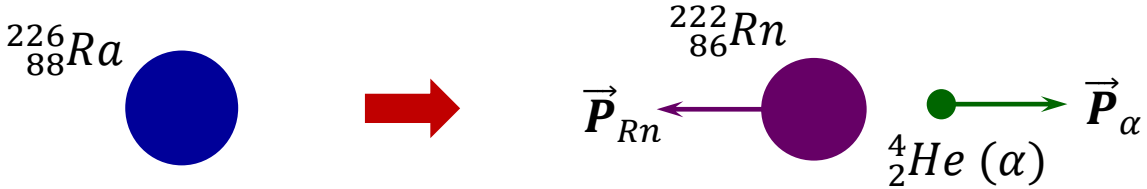
ตัวอย่าง : $^{226}_{88}Ra$ (radium) $\rightarrow$ $^{4}_{2}He$ + $^{222}_{86}Rn$ (radon) + Q_α

“atomic” mass (u) $\rightarrow$ 226.02541 4.00260 222.01758

$$Q_\alpha = (226.02541 - 222.01758 - 4.00260)\text{u}c^2 = (0.00523)\text{u}c^2$$

$$Q_\alpha = (0.00523)(931.5\ \text{MeV}/c^2)c^2 = 4.872\ \text{MeV}$$

ถ้าก่อนการสลายตัว $^{226}_{88}Ra$ อยู่นิ่ง จะได้ว่า $^{222}_{86}Rn$ และ $^{4}_{2}He$ จะเคลื่อนที่ในทิศตรงข้ามกัน



และ ถ้าประมาณว่า v_{Rn} และ v_{α} น้อยกว่า c มาก จะได้

Conservation of Momentum $\rightarrow \vec{P}_{Rn} = -\vec{P}_{\alpha} \rightarrow \sqrt{2m_{Rn}K_{Rn}} = \sqrt{2m_{\alpha}K_{\alpha}}$

$$K_{Rn} = \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{Rn}}\right)K_{\alpha}$$

Conservation of Energy $\rightarrow \quad Q_{\alpha} = K_{Rn} + K_{\alpha}$

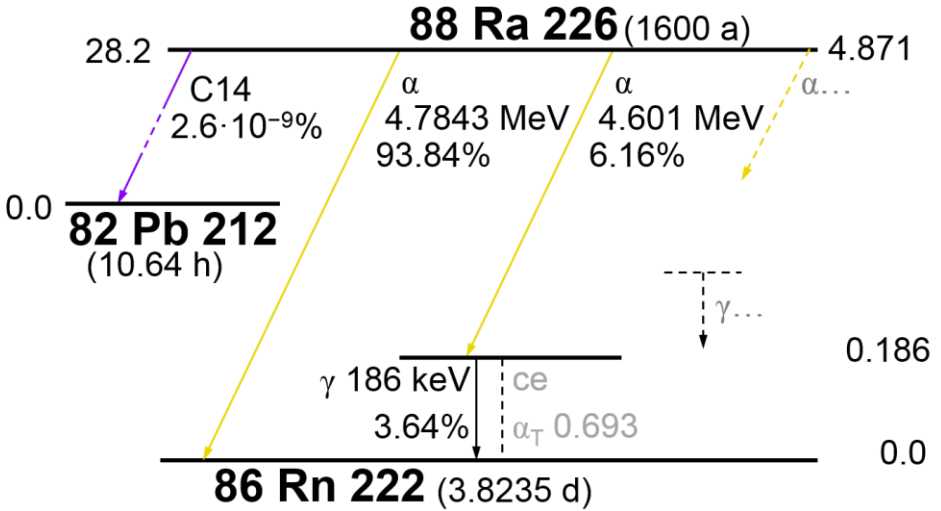
$$Q_{\alpha} = \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{Rn}}\right)K_{\alpha} + K_{\alpha} = \left(\frac{m_{\alpha} + m_{Rn}}{m_{Rn}}\right)K_{\alpha} \rightarrow K_{\alpha} = \left(\frac{m_{Rn}}{m_{\alpha} + m_{Rn}}\right)Q_{\alpha}$$

$\rightarrow$

$$K_{\alpha} \approx \left(\frac{222}{4 + 222}\right)(4.872\ \text{MeV}) = 4.786\ \text{MeV}$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$K_{Rn} = \left(\frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_{Rn}}\right) Q_\alpha \approx \left(\frac{4}{4+222}\right)(4.872\ \text{MeV}) = 0.086\ \text{MeV}$$



(https://www.nucleonica.com/Application/ReducedDecaySchemes/Ra226_RDS.png)

(4.3) การสลายตัวให้อนุภาคบีตา (β–Decay)

แบ่งเป็น “2 แบบย่อย” คือ “β^-–decay” และ “β^+–decay”

เนื่องจาก “β^-–particle” คือ “electron” ($_{-1}^{0}e$) ดังนั้น “สมการแสดงการสลายตัวแบบ β^-–decay” จะเขียนได้เป็น

“parent”		“daughter”		“electron”		“antineutrino”		
$_{Z}^{A}P$	$\rightarrow$	$_{Z+1}^{A}D$	+	$_{-1}^{0}e$	+	$\bar{\nu}$	+	Q_{β^-}
m_P		m_D		m_e		$m_\nu \approx 0$		

“Q_{β^-}” คือ “พลังงานที่ได้จากการสลายตัว (disintegration energy)” แบบ β^-–decay:

$$Q_{\beta^-} \equiv \left(\sum m_{before} - \sum m_{after}\right)c^2 = (m_P - m_D - m_e)c^2$$

มองได้เป็น $_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e + \bar{\nu}$ ซึ่งเกิดกับ“free neutron” ด้วย ($T_{1/2} = 15$ min)

การสลายตัวแบบ β^-–decay $\rightarrow$ “จำนวนนิวตรอน” จะ “ลดลง”

$\rightarrow$ เกิดใน “นิวเคลียส” ที่ “มีนิวตรอนมากเกินไป”

$$^{A}_{Z}P \rightarrow {}_{Z+1}^{A}D + {}_{-1}^{0}e + \bar{\nu} + Q_{\beta^-}$$

ในเทอมของ “atomic mass” จะได้

$$Q_{\beta^-} = (m_P - m_D - m_e)c^2$$

$$Q_{\beta^-} = [(M_P - Zm_e) - \{M_D - (Z+1)m_e\} - m_e]c^2$$

$$Q_{\beta^-} = (M_P - M_D)c^2$$

ตัวอย่าง : $^{16}_{7}N \rightarrow {}^{16}_{8}O + {}_{-1}^{0}e + \bar{\nu} + Q_{\beta^-}$

“atomic” mass (u) → 16.00610 15.99491

$$Q_{\beta^-} = (16.00610 - 15.99491)\mathrm{u}c^2 = (0.01119)\mathrm{u}c^2$$

$$Q_{\beta^-} = (0.01119)(931.5\ \mathrm{MeV}/c^2)c^2 = 10.42\ \mathrm{MeV}$$

เนื่องจาก “β^+-particle” คือ “positron” $\left({}_1^0e\right)$ ดังนั้น “สมการแสดงการสลายตัวแบบ β^+-decay” จะเขียนได้เป็น

“parent”		“daughter”		“positron”		“neutrino”		
${}_Z^AP$	$\rightarrow$	${}_{Z-1}^AD$	+	${}_1^0e$	+	ν	+	Q_{β^+}
m_P		m_D		m_e		$m_\nu \approx 0$		

“Q_{β^+}” คือ “พลังงานที่ได้จากการสลายตัว (disintegration energy)” แบบ β^+-decay:

$$Q_{\beta^+} \equiv \left(\sum m_{before} - \sum m_{after}\right)c^2 = (m_P - m_D - m_e)c^2$$

มองได้ว่าเป็น ${}_1^1p \rightarrow {}_0^1n + {}_1^0e + \nu$ ซึ่ง “เกิดขึ้นได้ภายในนิวเคลียส” เท่านั้น $(m_p < m_n)$

การสลายตัวแบบ β^+-decay $\rightarrow$ “จำนวนโปรตอน” จะ “ลดลง”

$\rightarrow$ เกิดใน “นิวเคลียส” ที่ “มีโปรตอนมากเกินไป”

$$ {}^{A}_{Z}P \rightarrow {}^{A}_{Z-1}D + {}^{0}_{1}e + \nu + Q_{\beta^+} $$

ในเทอมของ “atomic mass” จะได้

$$ Q_{\beta^+} = (m_P - m_D - m_e)c^2 $$

$$ Q_{\beta^+} = [(M_P - Zm_e) - \{M_D - (Z-1)m_e\} - m_e]c^2 $$

$$ Q_{\beta^+} = (M_P - M_D - 2m_e)c^2 $$

ตัวอย่าง : $ {}^{57}_{27}Co \rightarrow {}^{57}_{26}Fe + {}^{0}_{1}e + \bar{\nu} + Q_{\beta^+} $

“atomic” mass (u) → 56.93629 56.93539 0.00055

$$ Q_{\beta^+} = [56.93629 - 56.93539 - 2(0.00055)]\mathrm{u}c^2 = -(0.0002)\mathrm{u}c^2 $$

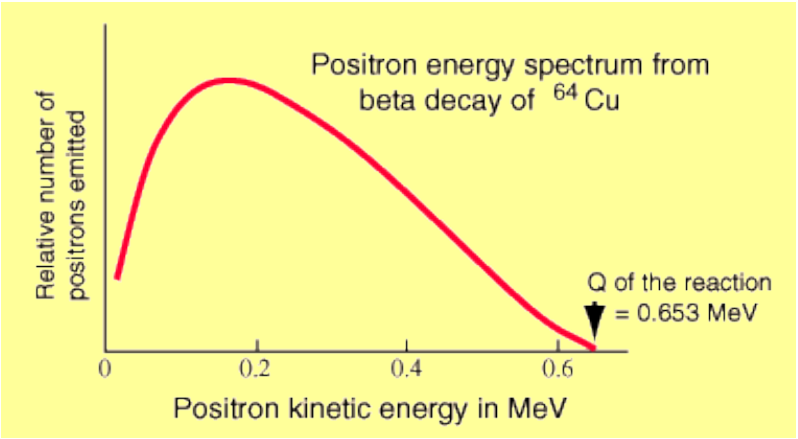
$$ Q_{\beta^-} = -(0.0002)(931.5\ \mathrm{MeV}/c^2)c^2 = -0.19\ \mathrm{MeV} $$

→ Q_{β^+} เป็น “ลบ” → การสลายตัวแบบ β^+−decay ของ $ {}^{57}_{27}Co $ “เกิดขึ้นไม่ได้”

ในการสลายตัวแบบ “$\beta-$decay” จะมี อนุภาค “neutrino” ซึ่ง (i) “เป็นกลางทางไฟฟ้า” และ (ii) มี “มวล $\approx$ ศูนย์” (“น้อยมากๆๆๆ”) เกิดขึ้นด้วย

ถ้า ไม่มี “neutrino” เกิดขึ้น (มีเฉพาะ “daughter nucleus (D)” และ “$\beta-$particle”) จะได้ว่า “พลังงานจลน์” ของ “$\beta-$particle” จะมี “ค่าแน่นอน” (เป็น “2-Body Decay”)

จากการทดลอง พบว่า “พลังงานจลน์” ของ “$\beta-$particle” มีการ “กระจายอย่างต่อเนื่อง”



ซึ่งอธิบายได้ว่า เป็นเพราะ

“$\beta-$decay” เป็น “3-Body Decay”

$$(P \rightarrow D + \beta + \nu)$$

$$\downarrow$$

มีการ “แบ่งพลังงาน”

ระหว่าง “$\beta-$particle” กับ “neutrino”

(http://hydrogen.physik.uni-wuppertal.de/hyperphysics/hyperphysics/hbase/nuclear/beta.html)

(โดยทั่วไป “daughter nucleus” จะมี “ขนาดใหญ่” จึง “แบ่งพลังงานไปเพียงนิดเดียว”)

(4.4) การจับยึดอิเล็กตรอน (Electron Capture)

"นิวเคลียสที่มีโปรตอนมาก" จับ "อิเล็กตรอนที่อยู่ใกล้ๆ นิวเคลียส [K–electron ($n = 1$) หรือ L–electron ($n = 2$)] เกิดเป็น "นิวเคลียสใหม่ที่มีโปรตอนลดลง (Z ลดลง)" และมีการปล่อย "neutrino" ออกมา (คล้าย β^+–decay แต่ "ไม่มีการปล่อยอิเล็กตรอนออกมา")

"parent"		"K-electron"		"daughter"		"neutrino"		
${}^{A}_{Z}P$	+	${}^{0}_{-1}e$	→	${}^{A}_{Z-1}D$	+	ν	+	Q_{EC}
m_P		m_e		m_D		$m_\nu \approx 0$		

"Q_{EC}" คือ "พลังงานที่ได้จากกระบวนการจับยึดอิเล็กตรอน (Electron Capture)":

$$Q_{EC} \equiv \left(\sum m_{before} - \sum m_{after}\right)c^2 = (m_P + m_e - m_D)c^2$$

$$Q_{EC} = [(M_P - Zm_e) + m_e - \{M_D - (Z-1)m_e\}]c^2$$

$$Q_{EC} = (M_P - M_D)c^2$$

สำหรับ β^+-decay และ Electron Capture

"parent nucleus" และ "daughter nucleus" จะเหมือนกัน (เป็นคู่เดียวกัน)

ดังนั้น จาก $Q_{\beta^+} = (M_P - M_D - 2m_e)c^2$ และ $Q_{EC} = (M_P - M_D)c^2$ จะได้ว่า

นิวเคลียสที่สามารถสลายตัวแบบ β^+-decay
จะสามารถเกิด Electron Capture ได้ด้วย

$$Q_{\beta^+} > 0 \;\Rightarrow\; Q_{EC} > 0$$

ในขณะที่

นิวเคลียสที่เกิด Electron Capture ได้ อาจจะไม่สามารถสลายตัวแบบ β^+-decay

$$Q_{EC} > 0 \;\not\Rightarrow\; Q_{\beta^+} > 0$$

(มีความเป็นไปได้ที่ $Q_{EC} > 0$ แต่ $Q_{\beta^+} < 0$)

$$ {}^{A}_{Z}P \rightarrow {}^{A}_{Z-1}D + {}^{0}_{1}e + \nu + Q_{\beta^+} $$

$$ Q_{\beta^+} = (m_P - m_D - m_e)c^2 = (M_P - M_D - 2m_e)c^2 $$

$$ {}^{A}_{Z}P + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{A}_{Z-1}D + \nu + Q_{EC} $$

$$ Q_{EC} = (m_P + m_e - m_D)c^2 = (M_P - M_D)c^2 $$

ตัวอย่าง : ${}^{11}_{6}C + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{11}_{5}B + \nu + Q_{EC}$

carbon boron

"atomic" mass (u) → 11.01143 0.00055 11.00931

→ ทั้ง Q_{β^+} และ Q_{EC} เป็น "บวก" → เกิดได้ "ทั้ง β^+–decay และ Electron Capture"

ตัวอย่าง : ${}^{7}_{4}Be + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu + Q_{EC}$

beryllium lithium

"atomic" mass (u) → 7.01693 0.00055 7.01600

→ Q_{EC} เป็น "บวก" แต่ Q_{β^+} เป็น "ลบ" → เกิดได้ "เฉพาะ Electron Capture"

(4.5) การสลายตัวให้รังสีแกมมา (γ–Decay)

"การปรับเปลี่ยนสถานะ" ของ "นิวเคลียส"
จาก "สถานะที่มีพลังงานสูง" ไป "สถานะที่มีพลังงานต่ำกว่า"
โดยการ "ปลดปล่อย/คาย" พลังงานออกมาในรูป "คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า"

"γ–ray" หรือ "γ–particle" คือ "photon" ซึ่งเป็น "อนุภาค" ของ "คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า"

"สมการแสดงการสลายตัวแบบ $\gamma-$decay" เขียนได้เป็น

$$ {}^{A}_{Z}P^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}P + \gamma $$

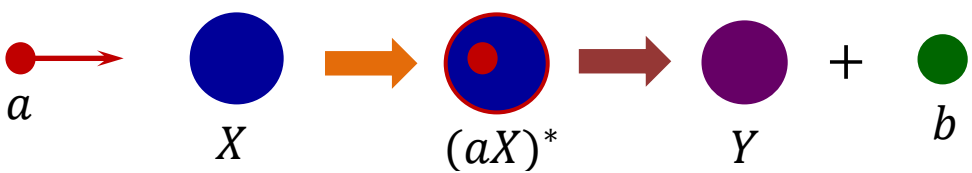
ไม่มีการเปลี่ยน "mass number (A)" และ "atomic number (Z)" ($\leftrightarrow$ "ประจุไฟฟ้า")

(5) “ปฏิกิริยานิวเคลียร์ (Nuclear Reaction)”

(5.1) “ปฏิกิริยานิวเคลียร์อย่างง่าย”

ยิง “target nucleus (X)” ด้วย “incident particle (a)” ได้ผลลัพธ์เป็น “reaction product ขนาดเล็ก (b)” และ “reaction product ขนาดใหญ่ (Y)”

“สัญลักษณ์” แทน “ปฏิกิริยานิวเคลียร์อย่างง่าย” นี้ คือ $X(a,b)Y$



“nuclear mass”	m_a	m_X	m_{aX}	m_Y	m_b
“kinetic energy”	K_a	0	K_{aX}	K_Y	K_b

Conservation of Mass-Energy $\rightarrow$

$$(m_a c^2 + K_a) + m_X c^2 = (m_Y c^2 + K_Y) + (m_b c^2 + K_b)$$

"Q–value" หรือ "Reaction Energy": $Q \equiv \left(\sum m_{before} - \sum m_{after}\right)c^2$

$$Q = [(m_a + m_X) - (m_b + m_Y)]c^2 = (K_b + K_Y) - K_a$$

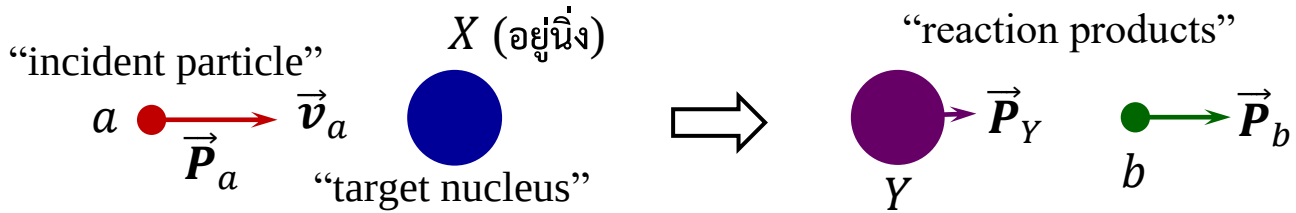
"Q" เป็น "บวก" → "nuclear reaction" มี "โอกาส" ที่จะ "เกิดขึ้นได้เอง"
→ มีการ "คายพลังงาน" ออกมา → เป็น "exothermic" reaction

"Q" เป็น "ลบ" → "nuclear reaction" จะ "เกิดขึ้นเองไม่ได้"
→ ต้อง "ให้พลังงาน"* จึงจะมี "โอกาส" ที่จะ "เกิดขึ้นได้" → เป็น "endothermic" reaction

* ในรูปของ "พลังงานจลน์" ของ "incident particle" เพื่อเปลี่ยนไปเป็น "มวล" และ "พลังงานจลน์" ของ "reaction products" [ซึ่งต้องสอดคล้องกับ (i) กฎการอนุรักษ์พลังงาน-มวล และ (ii) กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น]

“พลังงานจลน์ที่น้อยที่สุด (‘Threshold’ Kinetic Energy)” ของ “incident particle” [ซึ่งสอดคล้องกับ (i) กฎการอนุรักษ์มวล-พลังงาน และ (ii) กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น] ที่จะทำให้ “nuclear reaction” ที่มี “Q” เป็น “ลบ” สามารถ “เกิดขึ้นได้” ($K_{a,th}$) :

พิจารณาการเกิด “nuclear reaction” ใน “Laboratory” Frame (LAB Frame)



Conservation of Mass-Energy →

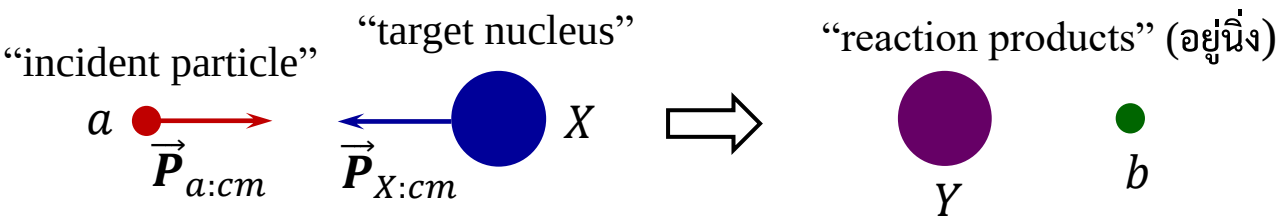
$$(m_a c^2 + K_a) + m_X c^2 = (m_Y c^2 + K_Y) + (m_b c^2 + K_b)$$

Conservation of Linear Momentum → $\vec{P}_a = \vec{P}_Y + \vec{P}_b$

→ หา $K_{a,th}$ ได้ยาก (“reaction products ทั้งสองตัว” ต่างก็ “มีการเคลื่อนที่”)

สามารถหา $K_{a,th}$ ได้ง่ายกว่า ถ้าพิจารณาการเกิด “nuclear reaction” ใน “Center of Mass” (หรือ “Center of Momentum”) Frame (CM Frame) [เป็น “กรอบอ้างอิง” ที่มี “โมเมนตัมเชิงเส้นรวม” เป็น “ศูนย์”]

เงื่อนไขของ $K_{a,th}$ ใน CM Frame คือ “reaction products ทุกตัว” มี “โมเมนตัมเชิงเส้น (และพลังงานจลน์) เป็นศูนย์” [ซึ่ง (ใน CM Frame) ไม่ขัดกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น]



CM Frame	“a”	“X”	“Y”	“b”
rest energy	$m_a c^2$	$m_X c^2$	$m_Y c^2$	$m_b c^2$
kinetic energy	$K_{a:cm} = \left(\frac{1}{2}\right) m_a v_{a:cm}^2$	$K_{X:cm} = \left(\frac{1}{2}\right) m_X v_{X:cm}^2$	0	0

(ภายใต้การประมาณว่า $v \ll c$)

Conservation of Mass-Energy →

$$(m_a c^2 + K_{a:cm}) + (m_X c^2 + K_{X:cm}) = m_Y c^2 + m_b c^2$$

$$K_{a:cm} + K_{X:cm} = -[m_a c^2 + m_X c^2 - m_Y c^2 - m_b c^2] = -Q$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) m_a v_{a:cm}^2 + \left(\frac{1}{2}\right) m_X v_{X:cm}^2 = -Q$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) m_a \left(\frac{m_X}{m_a + m_X}\right)^2 v_a^2 + \left(\frac{1}{2}\right) m_X \left(\frac{m_a}{m_a + m_X}\right)^2 v_a^2 = -Q$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) m_a v_a^2 \left\{\frac{m_X^2}{(m_a + m_X)^2} + \frac{m_a m_X}{(m_a + m_X)^2}\right\} = -Q$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) m_a v_a^2 \left(\frac{m_X}{m_a + m_X}\right) = K_{a,th} \left(\frac{m_X}{m_a + m_X}\right) = -Q$$

$$K_{a,th} = -\left(\frac{m_a + m_X}{m_X}\right) Q$$

การหา “ความเร็ว” ของ “incident particle” และ “target nucleus” ใน “CM Frame” ($\vec{v}_{a:cm}$ และ $\vec{v}_{X:cm}$):

ความเร็วของจุดศูนย์กลางมวล ($\vec{v}_{cm}$)

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_a\vec{r}_a + m_X\vec{r}_X}{m_a + m_X} \quad \rightarrow \quad \vec{v}_{cm} = \frac{m_a\vec{v}_a + m_X\vec{v}_X}{m_a + m_X}$$

ใน LAB Frame: incident particle มีความเร็ว $\vec{v}_a$ และ target nucleus อยู่นิ่ง $\vec{v}_X = 0$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_a\vec{v}_a}{m_a + m_X}$$

$$\vec{v}_{a:cm} = \vec{v}_a - \vec{v}_{cm} = \vec{v}_a - \frac{m_a\vec{v}_a}{m_a + m_X} = \frac{m_X\vec{v}_a}{m_a + m_X}$$

$$\vec{v}_{X:cm} = \vec{v}_X - \vec{v}_{cm} = 0 - \frac{m_a\vec{v}_a}{m_a + m_X} = -\frac{m_a\vec{v}_a}{m_a + m_X}$$

ตัวอย่าง “1st Nuclear Reaction” (Rutherford: 1919)

$$^{14}_{7}N(\alpha,p)^{17}_{8}O: \quad ^{4}_{2}He\ (\alpha) + ^{14}_{7}N \rightarrow ^{1}_{1}H\ (p) + ^{17}_{8}O$$

“nuclear mass (u)” → 4.00150 13.99922 1.00728 16.99473

$$Q = \left[(m_\alpha + m_N) - (m_p + m_O)\right]c^2 = (-0.00129\ \text{u})c^2$$

$$Q = (-0.0014\ )(931.5\ \text{MeV}/c^2)\ c^2 = -1.20\ \text{MeV}$$

“Q” เป็น “ลบ” → “เกิดเองไม่ได้” → ต้อง “ให้พลังงาน” ในรูป “พลังงานจลน์” ของ $^{4}_{2}He(\alpha)$

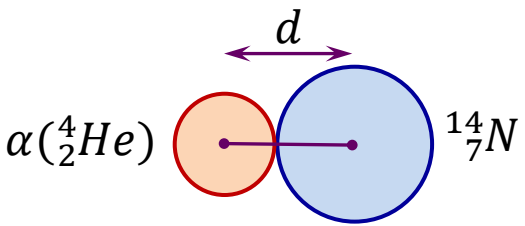
“พลังงานจลน์ที่น้อยที่สุด (‘Threshold’ Kinetic Energy)” ของ $^{4}_{2}He(\alpha)$ ที่จะทำให้ “nuclear reaction” นี้ “เกิดขึ้นได้” คือ

$$K_{\alpha,th} = \left(\frac{m_N + m_\alpha}{m_N}\right)|Q| = \left(\frac{18.00072}{13.99922}\right)(1.20\ \text{MeV}) = 1.54\ \text{MeV}$$

ในการทดลอง Rutherford ใช้ α–particle [ซึ่งเกิดจากการสลายตัวของ Polonium-214 ($^{214}_{82}Po$)] ที่มีพลังงานจลน์ 7.68 MeV ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่า ใน nuclear reaction นี้ นอกจากจะต้องการพลังงานจลน์ของ α–particle เพื่อเปลี่ยนไปเป็น "มวลและพลังงานจลน์ของ reaction products" แล้ว α–particle ยังจะต้องมีพลังงานจลน์มากพอที่จะเอาชนะ "repulsive Coulomb force ระหว่าง α-particle และ นิวเคลียสของ nitrogen" ด้วย

เราสามารถประมาณค่า "พลังงานจลน์ของ α–particle" ที่ต้องใช้เพื่อเอาชนะ "repulsive Coulomb force ระหว่าง α-particle และ นิวเคลียสของ nitrogen-14" ได้ดังนี้

สมมุติว่า nuclear reaction นี้เกิดขึ้นเมื่อ α–particle ($^{4}_{2}He$) สัมผัสกับนิวเคลียสของ $^{14}_{7}N$



จาก $$R = R_0 A^{1/3} = (1.2 \times 10^{-15}\ \text{m}) A^{1/3}$$

จะได้ $$R({}^4_2He) = (1.2 \times 10^{-15}\ \text{m}) \times (4)^{1/3} = 1.9 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

และ $$R({}^{14}_7N) = (1.2 \times 10^{-15}\ \text{m}) \times (14)^{1/3} = 2.9 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

ดังนั้น $$d = R({}^4_2He) + R({}^{14}_7N) = 4.8 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

ถ้าสมมุติว่า ประจุไฟฟ้าในนิวเคลียสรวมกันอยู่ที่จุดศูนย์กลาง จะได้ว่า repulsive Coulomb potential energy (E_p) คือ

$$E_p = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)} \frac{Q_\alpha Q_N}{d} = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)} \frac{(2e)(7e)}{d} = \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)} \frac{14e}{d}\ \text{eV}$$

$$E_p = (9 \times 10^9) \frac{14 \times 1.6 \times 10^{-19}}{4.8 \times 10^{-15}}\ \text{eV} = 4.20\ \text{MeV}$$

$\rightarrow$ α–particle จะสัมผัสกับนิวเคลียสของ ${}^{14}_7N$ ได้ต้องมีพลังงานจลน์อย่างน้อย 4.20 MeV

→ อย่างน้อย α–particle ต้องมีพลังงานจลน์

เพื่อเปลี่ยนเป็น “มวล” และ “พลังงานจลน์”
ของ reaction products
↓

$$K_\alpha = 1.54\ \text{MeV} + 4.20\ \text{MeV} = 5.74\ \text{MeV}$$

↑
เพื่อเอาชนะ “repulsive Coulomb force”
ระหว่าง α–particle และ นิวเคลียสของ nitrogen-14

→ เข้าใกล้ “ค่าจากการทดลอง (7.68 MeV)” มากขึ้น

→ เป็นเพียง “การประมาณ” และ “ยังไม่ได้คิดถึงผลของ strong interaction”

(5.2) "Nuclear Fission"

"nuclear reaction" ที่มี "reaction products" ประกอบด้วย

(i) "นิวเคลียสขนาดกลาง" 2 นิวเคลียส ซึ่งเรียกว่า "Fission Fragments"

และ (ii) "อนุภาคขนาดเล็ก" (มักเป็น "นิวตรอน") 2-3 ตัว

"1st Nuclear Fission" (Otto Hahn และ Fritz Strassman: 1938)

$$\underset{\text{"slow" neutron}}{{}^{1}_{0}n} + \underset{\text{uranium}}{{}^{235}_{92}U} \rightarrow ({}^{236}_{92}U)^{*} \rightarrow \underset{\text{"fission fragments"}}{X} + Y + m({}^{1}_{0}n)_{\text{neutrons}}$$

$$\rightarrow \underset{\text{barium}}{{}^{141}_{56}Ba} + \underset{\text{krypton}}{{}^{92}_{36}Kr} + 3({}^{1}_{0}n)$$

$$\rightarrow \underset{\text{xenon}}{{}^{140}_{54}Xe} + \underset{\text{strontium}}{{}^{94}_{38}Sr} + 2({}^{1}_{0}n)$$

และ "อีกหลายๆ แบบ" ที่เป็นไปได้

"slow" neutron → เคลื่อนที่ "ช้า" → มี "โอกาสสูง" ที่จะ "ถูกจับ"โดย "นิวเคลียส"

การประมาณ “ค่าพลังงานที่ได้จาก nuclear fusion”

จาก “กราฟ” ระหว่าง “พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน (Binding Energy per Nucleon, E_B/A)” กับ “เลขมวล (Mass Number, A)” (ดูหน้า 30) จะได้ว่า

$\rightarrow$ E_B/A ของ “Uranium” มีค่าประมาณ 7.6 MeV/nucleon

$\rightarrow$ E_B/A ของ “นิวเคลียสขนาดกลางๆ” มีค่าประมาณ 8.5 MeV/nucleon

$\Rightarrow$ “การแตกตัว” ของ “Uranium” ออกเป็น “นิวเคลียสขนาดกลางๆ 2 นิวเคลียส” จะให้/ปลดปล่อยพลังงานออกมา

$$\text{ประมาณ } 8.5 - 7.6 \approx 0.9 \text{ MeV/nucleon}$$

หรือ

$$\text{ประมาณ } 0.9 \times 235 \approx 211 \text{ MeV}$$

การคำนวณ “ค่าพลังงานที่ได้จาก nuclear fusion”

$$^{1}_{0}n \quad + \quad ^{235}_{92}U \quad \rightarrow \quad ^{141}_{56}Ba \quad + \quad ^{92}_{36}Kr \quad + \quad 3(^{1}_{0}n)$$

“slow” neutron uranium barium krypton

atomic mass (u): 1.00866 235.04393 140.91441 91.92616 3(1.00866)

$$Q = [m_n + m_U - m_{Ba} - m_{Kr} - 3m_n]c^2$$

$$Q = [m_n + (M_U - 92m_e) - (M_{Ba} - 56m_e) - (M_{Kr} - 36m_e) - 3m_n]c^2$$

$$Q = [M_U - M_{Ba} - M_{Kr} - 2m_n]c^2 = (0.18604\ \text{u})c^2$$

$$Q = (0.18604)(931.5\ \text{MeV}/c^2)\ c^2 = 173.3\ \text{MeV}$$

$$\frac{Q}{A} = \frac{173.3}{235} = 0.737\ \text{MeV/nucleon}$$

$$^{1}_{0}n \quad + \quad ^{235}_{92}U \quad \rightarrow \quad ^{140}_{54}Xe \quad + \quad ^{94}_{38}Sr \quad + \quad 2(^{1}_{0}n)$$

"slow" neutron uranium xenon strontium

atomic mass (u): 1.00866 235.04393 139.92164 93.91536 2(1.00866)

$$Q = [m_n + m_U - m_{Xe} - m_{Sr} - 2m_n]c^2$$

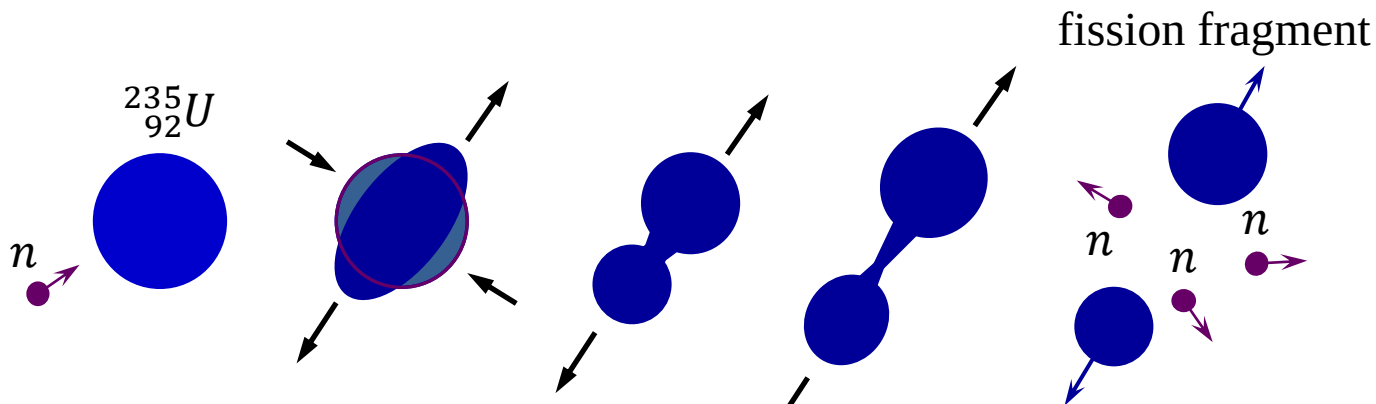
$$Q = [m_n + (M_U - 92m_e) - (M_{Xe} - 54m_e) - (M_{Sr} - 38m_e) - 2m_n]c^2$$

$$Q = [M_U - M_{Xe} - M_{Sr} - m_n]c^2 = (0.19827 \text{ u})c^2$$

$$Q = (0.19827)(931.5 \text{ MeV}/c^2)\, c^2 = 184.7 \text{ MeV}$$

$$\frac{Q}{A} = \frac{184.7}{235} = 0.786 \text{ MeV/nucleon}$$

การเกิด Nuclear Fission ตาม Liquid-Drop Model ของนิวเคลียส



(https://www.studyadda.com/notes/jee-main-advanced/physics/nuclear-physics/nuclear-fission/8656)

ปฏิกิริยาลูกโซ่ (Chain Reaction) และ เตาปฏิกรณ์ปรมาณู (Nuclear Reactor)

(i) ในการเกิด nuclear fission ของ uranium-235 มี neutron เกิดขึ้นเฉลี่ย 2.5 ตัว

(ii) ถ้า "neutron ที่เกิดขึ้น" ไปชนและถูกจับโดยนิวเคลียสตัวอื่นของ uranium-235 จะเกิด nuclear fission ต่อเนื่องกันเป็นลูกโซ่ $\rightarrow$ "ปฏิกิริยาลูกโซ่ (Chain Reaction)

(iii) การควบคุม "ปฏิกิริยาลูกโซ่": ต้องควบคุมให้ "จำนวน neutron ที่สามารถทำให้เกิด nuclear fission ต่อ" ซึ่งเรียกว่า "reproductive constant (K)" มีค่าเป็น "หนึ่ง" $\rightarrow$ ใช้สารบางอย่าง [เช่น แคดเมียม (cadmium, Cd)] ดูดกลืน neutron บางส่วนไว้

(iv) "ขนาดของสาร" ที่พอดีสำหรับการเกิด "ปฏิกิริยาลูกโซ่" (ที่สามารถควบคุมได้) เรียกว่า "ขนาดวิกฤต (Critical Size)"

(v) เนื่องจาก uranium-235 จะจับ slow neutron ได้ดี $\rightarrow$ ต้องทำให้ neutrons ที่เกิดจาก nuclear fission มีพลังงานต่ำลง (เคลื่อนที่ช้าลง) $\rightarrow$ สามารถทำได้โดยจัดให้เคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง (เช่น boron, graphite, น้ำ) ซึ่งเรียกว่า "Moderator"

(5.3) "Nuclear Fusion

"นิวเคลียสเริ่มต้น" ประกอบด้วย "นิวเคลียสขนาดเล็ก" 2 นิวเคลียส

"reaction products" ประกอบด้วย (i) **"นิวเคลียสที่มีขนาดใหญ่ขึ้น" 1 นิวเคลียส**

และ (ii) **"อนุภาคขนาดเล็ก" จำนวนหนึ่ง**

ตัวอย่าง วัฏจักรโปรตอน-โปรตอน ("proton-proton" cycle) – เกิดขึ้นบน "ดวงอาทิตย์"

Step 1: $\underline{2}\ {}_1^1H + \underline{2}\ {}_1^1H \rightarrow \underline{2}\ {}_1^2H + \underline{2}\ {}_1^0e + \underline{2}\ Q_1$

proton proton deuteron positron

Step 2: $\underline{2}\ {}_1^1H + \underline{2}\ {}_1^2H \rightarrow \underline{2}\ {}_2^3He + \underline{2}\ Q_2$

proton deuteron helium-3

Step 3: ${}_2^3He + {}_2^3He \rightarrow {}_2^4He + 2\ {}_1^1H + Q_3$

helium-3 helium-3 helium-4 proton

"ผลรวม" $\rightarrow \quad 4\ {}_1^1H \rightarrow {}_2^4He + 2\ {}_1^0e + Q$

$$Q = 2Q_1 + 2Q_2 + Q_3$$

การคำนวณค่า "พลังงานที่ได้จากวัฏจักรโปรตอน-โปรตอน ('proton-proton' cycle)"

Step 1: $\underline{2}\ {}_1^1H + \underline{2}\ {}_1^1H \rightarrow \underline{2}\ {}_1^2H + \underline{2}\ {}_1^0e + \underline{2}\ Q_1$

	proton	proton	deuteron	positron
"nuclear mass (u)"	1.00728	1.00728	2.01355	0.00055
"atomic mass (u)"	1.00783	1.00783	2.01410	0.00055

$$Q_1 = [2m_p - m_D - m_e]c^2$$

$$Q_1 = [2(M_H - m_e) - (M_D - m_e) - m_e]c^2$$

$$Q_1 = [2M_H - M_D - 2m_e]c^2$$

$$Q_1 = [0.00046\ \text{u}]c^2$$

$$Q_1 = (0.00046)(931.5\ \text{MeV}/c^2)\ c^2 = 0.428\ \text{MeV}$$

Step 2: $\underline{2}\ {}_1^1H + \underline{2}\ {}_1^2H \rightarrow \underline{2}\ {}_2^3He + \underline{2}\ Q_2$

	proton	deuteron	helium-3
"nuclear mass (u)"	1.00728	2.01355	3.01493
"atomic mass (u)"	1.00783	2.01410	3.01603

$$Q_2 = [m_p + m_D - m_{He3}]c^2$$

$$Q_2 = [(M_H - m_e) + (M_D - m_e) - (M_{He3} - 2m_e)]c^2$$

$$Q_2 = [M_H + M_D - M_{He3}]c^2$$

$$Q_2 = [0.00590\ \text{u}]c^2$$

$$Q_2 = (0.00590)(931.5\ \text{MeV}/c^2)\ c^2 = 5.496\ \text{MeV}$$

Step 3: $^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{1}_{1}H + Q_3$

	helium-3	helium-3	helium-4	proton
"nuclear mass (u)"	3.01493	3.01493	4.00150	1.00728
"atomic mass (u)"	3.01603	3.01603	4.00260	1.00783

$$Q_3 = [2m_{He3} - m_{He4} - 2m_p]c^2$$

$$Q_3 = [2(M_{He3} - 2m_e) - (M_{He4} - 2m_e) - 2(M_H - m_e)]c^2$$

$$Q_3 = [2M_{He3} - M_{He4} - 2M_H)]c^2$$

$$Q_3 = [0.01380\ \text{u}]c^2$$

$$Q_3 = (0.01380)(931.5\ \text{MeV}/c^2)\ c^2 = 12.855\ \text{MeV}$$

$$Q = 2Q_1 + 2Q_2 + Q_3$$

$$\downarrow$$

$$Q = 2(0.428\ \text{MeV}) + 2(5.496\ \text{MeV}) + 12.855\ \text{MeV}$$

$$\downarrow$$

$$Q = 24.703\ \text{MeV}$$

“พลังงานที่ได้” ต่อ “นิวคลีออน” คือ

$$\frac{Q}{A} = \frac{24.703\ \text{MeV}}{4} = 6.176\ \text{MeV}$$

ซึ่ง “สูงกว่า” พลังงานที่ได้จาก “nuclear fission” ของ “uranium-235”

หรือ คำนวณจาก “ผลรวม”:

$$4\,{}^{1}_{1}H \;\rightarrow\; {}^{4}_{2}He \;+\; 2\,{}^{0}_{1}e \;+\; Q$$

	proton	helium-4	positron
“nuclear mass (u)”	1.00728	4.00150	0.00055
“atomic mass (u)”	1.00783	4.00260	0.00055

$$Q = [4m_p - m_{He4} - 2m_e]c^2$$

$$Q = [4(M_H - m_e) - (M_{He4} - 2m_e) - 2m_e]c^2$$

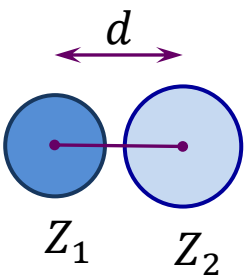
$$Q = [4M_H - M_{He4} - 4m_e]c^2$$

$$Q = [0.02652\ \text{u}]c^2$$

$$Q = (0.02652)(931.5\ \text{MeV}/c^2)\,c^2 = 24.703\ \text{MeV}$$

การประมาณ “อุณหภูมิ” สำหรับการเกิด Nuclear Fusion

ในขั้นแรกของการเกิด nuclear fusion ต้องทำให้ “นิวเคลียสขนาดเล็ก 2 นิวเคลียส” (ซึ่งมี “atomic number” เป็น Z_1 และ Z_2) เข้าใกล้กัน ภายใน “พิสัย (range – ระยะทำการ) ของแรงนิวเคลียร์” ($d \approx 10 \times 10^{-15}$ m $= 10$ fm) →



นิวเคลียสขนาดเล็กทั้งสองต้องมี “พลังงานจลน์รวม, K_{total}” มากพอที่จะเอาชนะ “repulsive Coulomb interaction (ระหว่างนิวเคลียสทั้งสอง), E_p”

$$K_{\text{total}} \geq E_p = \frac{(Z_1 e)(Z_2 e)}{(4\pi\varepsilon_0)d}\ \text{J} = \frac{Z_1 Z_2 e}{(4\pi\varepsilon_0)d}\ \text{eV}$$

$$K_{\text{total}} \geq E_p = (9 \times 10^9)\frac{Z_1 Z_2 (1.6 \times 10^{-19})}{(10 \times 10^{-15})}\ \text{eV} = 0.144\, Z_1 Z_2\ \text{MeV}$$

→ “แต่ละนิวเคลียส” จะมี “พลังงานจลน์” $K \geq \frac{1}{2}E_p = 0.072\, Z_1 Z_2$ MeV

“Thermodynamics” → ความสัมพันธ์ระหว่าง “พลังงานจลน์เฉลี่ย” ของ “อนุภาค” (ซึ่งมี 3 degrees of freedom) กับ “อุณหภูมิสัมบูรณ์ [absolute temperature – วัดในหน่วย ‘Kelvin (K)’]” คือ

$$\langle K \rangle = \frac{3}{2} k_B T \text{ J} = \frac{3}{2} \frac{k_B T}{e} \text{ eV}$$

$$\langle K \rangle = \frac{3}{2} \times \frac{1.381 \times 10^{-23}\, T}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} \approx 1.3 \times 10^{-10}\, T \text{ MeV}$$

เมื่อ k_B = “Boltzmann’s constant” $= 1.381 \times 10^{-23}$ J/K

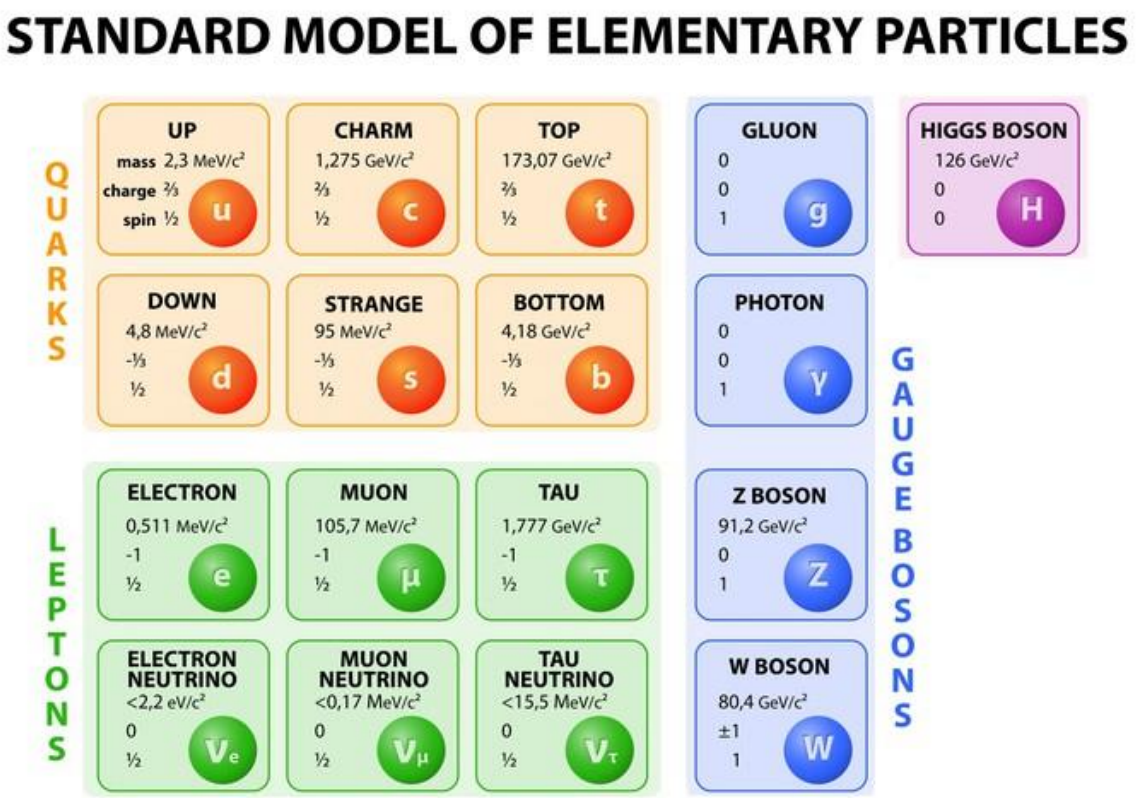
ประมาณได้ว่า nuclear fusion จะเกิดได้ที่อุณหภูมิ

$$1.3 \times 10^{-10}\, T \approx 0.072\, Z_1 Z_2 \quad \rightarrow \quad T \approx 5.5 \times 10^{8}\, Z_1 Z_2$$

$\rightarrow$ $T_{min}(Z_1 = Z_2 = 1) \approx 5.5 \times 10^{8}$ K → เกิดที่ “อุณหภูมิสูงมากๆ”

$\rightarrow$ “ทำให้เกิดขึ้นได้ยาก” และ “ควบคุมได้ยาก”

(6) “อนุภาคมูลฐาน (Elementary Particles)”



https://pixers.pl/naklejki/model-standardowy-czastek-elementarnych-60110514

แบบฝึกหัด “ฟิสิกส์นิวเคลียร์”

1. พิจารณาตะกั่ว–207 ซึ่งมีความหนาแน่น $11.3 \times 10^3\ kg/\mathrm{m}^3$ จงหา

   (ก) รัศมีของนิวเคลียส [7.1 fm]

   $$r = r_0 A^{1/3} \ \rightarrow \ r_{Pb-207} = (1.2\ \mathrm{fm})(207)^{1/3} = 7.1\ \mathrm{fm}$$

   (ข) ความหนาแน่นของนิวเคลียส $[2.3 \times 10^{17}\ \mathrm{kg/m^3}]$

   $$\rho = \frac{M}{V} \approx \frac{A(m_p)}{\left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3} = \frac{A(m_p)}{\left(\frac{4}{3}\right)\pi(r_0^3 A)} = \frac{3m_p}{4\pi r_0^3} = \text{คงที่}$$

   $$\rho \approx \frac{3(1.67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})}{4\pi(1.2\ \times 10^{-15}\ \mathrm{m})^3} = 2.3 \times 10^{17}\ \mathrm{kg/m^3}$$

2. จงหาว่าการใช้เลขมวล และมวลอะตอมในการคิดค่ามวลนิวเคลียสของไนโตรเจน–14 จะทำให้คิดค่าผิดไปกี่เปอร์เซ็นต์

สำหรับ Nitrogen–14 $\rightarrow$

$$A = 14,\ M_{atom} = 14.0031\ u,\ \text{และ}\ \ m_{nucleus} = 13.9992\ u$$

ใช้ A แทน $m_{nucleus}$ $\rightarrow$

$$\text{ความคลาดเคลื่อน} = \left(\frac{14\ u - 13.9992\ u}{13.9992\ u}\right) \times 100\% = 0.0057\%$$

ใช้ M_{atom} แทน $m_{nucleus}$ $\rightarrow$

$$\text{ความคลาดเคลื่อน} = \left(\frac{14.0031\ u - 13.9992\ u}{13.9992\ u}\right) \times 100\% = 0.0279\%$$

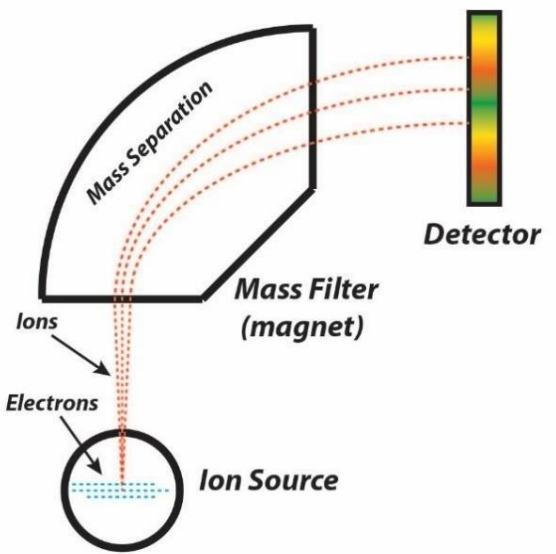
3. ในแง่ของปฏิกิริยาเคมีแล้ว U–235 และ U–239 แทบจะเหมือนกันทุกประการ ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น เราจะมีวิธีการแยกไอโซโทปสองอันนี้จากกันได้อย่างไร วาดรูปประกอบด้วย

"isotope" → "Z" เท่ากัน → มี "จำนวน proton" และ "จำนวน electron" เท่ากัน → มี "การจัดเรียงตัวของ electron" เหมือนกัน → มี "สมบัติทางเคมี" เหมือนกัน

แยกโดยใช้ "mass spectrometer"
→ จัดให้เคลื่อนที่ผ่านเข้าไปในบริเวณที่มี "สนามแม่เหล็ก"

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

https://www.researchgate.net/profile/Erich_Radauscher/publication/312664731/figure/fig14/AS:454140246663190@1485286880531/Schematic-diagram-of-a-mass-spectrometer.jpg



4. จงหาพลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออนของ $^{62}_{28}\mathrm{Ni}$ กำหนดให้มวลอะตอมของ $^{62}_{28}\mathrm{Ni}$ มีค่า 61.9283 u [8.795 MeV/N]

$$^{62}_{28}\mathrm{Ni} \;+\; E_B \;\rightarrow\; 28(^{1}_{1}p) \;+\; 34(^{1}_{0}n)$$

$$E_B = [28m_p + 34m_n - m_{\mathrm{Ni-62}}]c^2$$

$$E_B = [28(M_p - m_e) + 34m_n - (M_{\mathrm{Ni-62}} - 28m_e)]c^2$$

$$BE = \{28M_{\mathrm{H}} + 34m_n - M_{\mathrm{Ni-62}}\}c^2$$

$$E_B = \{28(1.0078\,u) + 34(1.0087\,u) - (61.9283\,u)\}\,c^2$$

$$E_B = 0.5859\,uc^2 = (0.5859) \times (931.5\ \mathrm{MeV}) = 545.766\ \mathrm{MeV}$$

$$\frac{E_B}{A} = \frac{545.766}{62} = 8.803\ \frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{N}}$$

$M_{\mathrm{H}} =$ มวลอะตอมของไฮโดรเจน $= 1.0078\,u$

$(m_p =$ มวลของโปรตอน $= 1.0073\,u)$

$m_n =$ มวลของนิวตรอน $= 1.0087\,u$

ถ้าใช้ค่าที่ละเอียดขึ้น

$$M_{\mathrm{Ni-62}} = \text{มวลอะตอมของ } {}^{62}_{28}\mathrm{Ni} = 61.92835u$$

$$M_{\mathrm{H}} = \text{มวลอะตอมของไฮโดรเจน} = 1.00783\ u$$

$$(m_p = \text{มวลของโปรตอน} = 1.00728\ u)$$

$$m_n = \text{มวลของนิวตรอน} = 1.00866\ u$$

จะได้

$$E_B = \{28M_{\mathrm{H}} + 34m_n - M_{\mathrm{Ni-62}}\}c^2$$

$$E_B = \{28(1.00783\ u) + 34(1.00866\ u) - (61.92835\ u)\}\ c^2$$

$$E_B = 0.58533\ uc^2 = (0.58533) \times (931.49\ \mathrm{MeV}) = 545.229\ \mathrm{MeV}$$

$$\frac{E_B}{A} = \frac{545.229}{62} = 8.794\ \frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{N}}$$

5. จงหาพลังงานที่ต้องใช้ในการแยก C–12 หนึ่งนิวเคลียสให้กลายเป็น Li–6 จำนวน 2 นิวเคลียส

$$^{12}_{6}\mathrm{C} + E \rightarrow {}^{6}_{3}\mathrm{Li} + {}^{6}_{3}\mathrm{Li}$$

$$E = [2m_{\mathrm{Li-6}} - m_{\mathrm{C-12}}]c^2$$
$$E = [2(M_{\mathrm{Li-6}} - 3m_e) - (M_{\mathrm{C-12}} - 6m_e)]c^2$$
$$E = [2M_{\mathrm{Li-6}} - M_{\mathrm{C-12}}]c^2$$

$$E = [2(6.01512\,u) - 12.00000\,u]c^2$$
$$E = (0.03024)uc^2 = (0.03024) \times (931.49\ \mathrm{MeV})$$
$$E = 28.17\ \mathrm{MeV}$$

6. หนังสือบางเล่มจะใช้สูตร $E_B = (ZM_{\mathrm{H}} + Nm_n - M_{\mathrm{X}})c^2$ โดยที่ M_{X} คือ มวลอะตอม ไม่ใช่มวลนิวเคลียส อยากทราบว่า M_H ในสูตรข้างต้นคืออะไร อธิบายที่มาของสูตรนี้ด้วย

$$M_{\mathrm{H}} = \text{มวลอะตอมของไฮโดรเจน}$$

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \;+\; E_B \;\rightarrow\; Z(^{1}_{1}p) \;+\; N(^{1}_{0}n)$$

$$E_B = [Zm_p + Nm_n - m_{\mathrm{X}}]c^2$$

$$E_B = [Z(M_{\mathrm{H}} - m_e) + Nm_n - (M_{\mathrm{X}} - Zm_e)]c^2$$

$$E_B = [Z(M_{\mathrm{H}}) + Nm_n - M_{\mathrm{X}}]c^2$$

{“atomic binding energy” มีค่าน้อยมาก (เทียบกับ “rest energies”)}

7. ถ้าพลังงานยึดเหนี่ยวมีค่ามากแสดงว่านิวเคลียสนั้นเสถียรมากและจะไม่แตกตัวถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

การเปรียบเทียบความเสถียรต้องใช้ “พลังงานยึดเหนี่ยวต่อนิวคลีออน (E_B/A)” (ไม่ใช่ E_B)

8. จงหาความยาวคลื่นที่มากที่สุดของรังสีแกมมาที่ทำให้ดิวเทอรอนแยกเป็นโปรตอนและนิวตรอน $[5.571 \times 10^{-13}\ \text{m}]$

$$ {}^{2}_{1}\text{D (หรือ } {}^{2}_{1}\text{H)} + E_B \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{1}_{0}n $$

$$ E_B = [m_p + m_n - m_\text{D}]c^2 $$

$$ E_B = [(M_\text{H} - m_e) + m_n - (m_\text{D} - m_e)]c^2 = [M_\text{H} + m_n - M_\text{D}]c^2 $$

$$ E_B = [1.00783 + 1.00866 - 2.01410]uc^2 = (0.00239)uc^2 $$

$$ E_B = (0.00239)(931.5\ \text{MeV}) = 2.226\ \text{MeV} $$

$$ E_B = E_\text{min} = hf_\text{min} = \frac{hc}{\lambda_\text{max}} \rightarrow \lambda_\text{max} = \frac{hc}{E_B} $$

$$ \lambda_\text{max} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \text{J·s})(2.998 \times 10^{8}\ \text{m/s})}{(2.226 \times 10^{6} \times 1.602 \times 10^{-19}\ \text{J})} = 5.571 \times 10^{-13}\ \text{m} $$

9. การใช้สูตร“มวลนิวเคลียส = มวลอะตอม – Z มวลอิเล็กตรอน”จะให้ค่ามวลนิวเคลียสที่ถูกต้องจริงๆ หรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าไม่ถูกต้อง ค่าที่ได้ตามสูตรนี้จะมากกว่าหรือน้อยกว่าค่าจริง

[atomic binding energy]

การแยกสลายอะตอม: “atom” + “E_B(atom)” → “nucleus” + “Z free electrons”

$$M_{\text{atom}}c^2 + E_B(\text{atom}) = m_{\text{nucleus}}c^2 + Z(m_{\text{electron}}c^2)$$

$$m_{\text{nucleus}} = M_{\text{atom}} - Z(m_{\text{electron}}) + \frac{E_B(\text{atom})}{c^2}$$

→ การใช้สูตร“มวลนิวเคลียส = มวลอะตอม – Z มวลอิเล็กตรอน”จะให้ค่ามวลนิวเคลียสที่ “น้อยกว่าค่าจริง”

เนื่องจาก E_B(atom) [ระดับขนาด ~ eV] มีขนาดเล็กมากๆเทียบกับเทอมอื่นๆ[~ MeV]

→ “ค่าที่ได้จะใกล้เคียงกับค่าจริงมาก”

10. กัมมันตภาพของสารกัมมันตรังสีเปลี่ยนแปลงตามเวลาหรือไม่ ถ้ามีจงหาความสัมพันธ์ระหว่างกัมมันตภาพกับเวลา

"Exponential" Decay Law: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ เมื่อ $\lambda =$ decay constant

"กัมมันตภาพ (activity)": $R(t) \equiv -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t)$ $\rightarrow$"เปลี่ยนแปลงตามเวลา"

11. ถ้าเริ่มต้นมี Nitrogen–13 ซึ่งมีครึ่งชีวิต 10 นาที อยู่จำนวน 12 นิวเคลียส จงหา
    (ก) จำนวนนิวเคลียสที่เหลืออยู่เมื่อเวลาผ่านไป 20 นาที
    (ข) จำนวนนิวเคลียสที่เหลืออยู่เมื่อเวลาผ่านไป 50 นาที

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}\ , \lambda = \text{decay constant}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ell n(2)}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

12. Radon–222 มีมวลเริ่มต้น 0.12 g จงหากัมมันตภาพเมื่อเวลาผ่านไป 7.6 วัน กำหนดให้ Radon-222 มีครึ่งชีวิต 3.8 วัน [1.7×10^{14} Bq]

$$R(t) = \lambda N(t) \rightarrow R\left(t = 2T_{1/2}\right) = \lambda N\left(t = 2T_{1/2}\right) = \lambda\left[\left(\frac{1}{4}\right)N_0\right]$$

$$N_0 = n_0 \times N_A$$

$$n_0 = \text{จำนวนโมลเริ่มต้น} = \frac{\text{มวลเริ่มต้น (เป็นกรัม)}}{\text{มวลอะตอมของ } Radon - 222\ (u)} = \frac{0.12}{222.0176}\,\text{mol}$$

$$N_A = Avogadro's\ number = 6.022 \times 10^{23}$$

$$N_0 = \frac{0.12}{222.0176} \times 6.022 \times 10^{23} = 3.25 \times 10^{20}\ \text{nucleus}$$

$$T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{3.8 \times 24 \times 60 \times 60} = 2.11 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

$$R(t = 7.6\ \text{d}) = (2.11 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1})\left(\frac{1}{4}\right)(3.25 \times 10^{20}\ \text{nucleus})$$

$$R(t = 7.6\ \text{d}) = 1.71 \times 10^{14}\ \text{Bq}$$

13. ถ้าอัตราส่วนระหว่างคาร์บอน–14 กับคาร์บอนทั้งหมดในบรรยากาศ ในช่วง 10000 ปีก่อนจนถึงปัจจุบัน มีค่า 1.33×10^{-12} กำหนดให้คาร์บอน–14 มีครึ่งชีวิต 5730 ปี

(ก) จงหาว่าคาร์บอนในบรรยากาศจำนวน 1.0 g จะมีกัมมันตภาพเท่าใด

(ข) ถ้าหากทราบว่าในซากสัตว์ซากหนึ่งมีคาร์บอนอยู่ทั้งหมด 2.00 g และพบว่าในเวลา 1 ชั่วโมง มีการสลายตัวของคาร์บอน-14 ในซากสัตว์นี้ 350 นิวเคลียส ซากสัตว์นี้มีอายุเท่าใด

(ก) กัมมันตภาพ (activity): $R(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[N(0)e^{-\lambda t}\right] = \lambda N(t)$

$$\lambda = \frac{\ell n 2}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{5730 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60} = 3.84 \times 10^{-12}\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$\left[\frac{N_{\mathrm{C14}}(t)}{N_{\mathrm{C12}}(t)}\right]_{\text{บรรยากาศ}} = 1.33 \times 10^{-12}$$

ต้องหา “จำนวนนิวเคลียส” ของ “^{14}C” ใน “คาร์บอนในบรรยากาศจำนวน 1.0 g”

“มวลอะตอม” ของ “$^{12}\mathrm{C}$” คือ

$$M_{\mathrm{C12}} = 12\ \mathrm{u} = 12 \times (1.66055 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}) = 1.99266 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}$$

“คาร์บอนในบรรยากาศจำนวน 1.0 g” จะมี “จำนวนนิวเคลียส” ของ “$^{12}\mathrm{C}$” (ซึ่งจะเท่ากับ “จำนวนอะตอม” ของ “$^{12}\mathrm{C}$”) เป็น

$$[N_{\mathrm{C12}}]_{\text{บรรยากาศ}} = \frac{1.0 \times 10^{-3}\ kg}{1.99266 \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}} = 5.02 \times 10^{22}\ \text{Nuclei}$$

{ หรือ คำนวณจาก “จำนวนโมลของ $^{12}\mathrm{C}$ (n)” × “Avogadro’s number (N_A)”

$$[N_{\mathrm{C12}}]_{\text{บรรยากาศ}} = \left(\frac{1.0\ \mathrm{g}}{12}\right) \times (6.02214 \times 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}) = 5.02 \times 10^{22} \quad \}$$

“คาร์บอนในบรรยากาศจำนวน 1.0 g” จะมี “จำนวนนิวเคลียส” ของ “$^{14}\mathrm{C}$” เป็น

$$[N_{\mathrm{C14}}]_{\text{บรรยากาศ}} = (1.33 \times 10^{-12}) \times [N_{\mathrm{C12}}]_{\text{บรรยากาศ}} = 6.68 \times 10^{10}\ \text{Nuclei}$$

“กัมมันตภาพ” ของ (“$^{14}\mathrm{C}$” ที่อยู่ใน) “คาร์บอนในบรรยากาศจำนวน 1.0 g” คือ

$$[R_{\mathrm{C14}}]_{\text{บรรยากาศ}} = \lambda [N_{\mathrm{C14}}]_{\text{บรรยากาศ}}$$

$$[R_{\mathrm{C14}}]_{\text{บรรยากาศ}} = (3.84 \times 10^{-12}\ \mathrm{s}^{-1})(6.68 \times 10^{10}\ \text{Nuclei})$$

$$[R_{\mathrm{C14}}]_{\text{บรรยากาศ}} = 0.256\ \frac{\text{Nuclei}}{\text{s}} \approx 15\ \frac{\text{Nuclei}}{\text{min}}$$

(ข) ในซากสัตว์ที่มีคาร์บอนอยู่ทั้งหมด 2.00 g พบว่า ในเวลา 1 ชั่วโมง มีการสลายตัวของคาร์บอน-14 ในซากสัตว์นี้ 350 นิวเคลียส $\rightarrow$ “กัมมันตภาพ” ของ (“$^{14}\mathrm{C}$” ที่อยู่ใน) “คาร์บอนในซากสัตว์จำนวน 1.0 g” คือ

$$[R_{\mathrm{C14}}]_{\text{ซากสัตว์}} = 175\ \frac{\text{Nuclei}}{\text{hour}} \approx \frac{175}{60}\ \frac{\text{Nuclei}}{\text{min}} \approx 3\ \frac{\text{Nuclei}}{\text{min}}$$

$$R(t) = R(0)e^{-\lambda t} \rightarrow e^{\lambda t} = \frac{R(0)}{R(t)} \rightarrow \lambda t = \ell n\left[\frac{R(0)}{R(t)}\right]$$

$$t = \frac{1}{\lambda}\ \ell n\left[\frac{R(0)}{R(t)}\right] = \left(\frac{t_{1/2}}{\ell n 2}\right)\ \ell n\left[\frac{R(0)}{R(t)}\right]$$

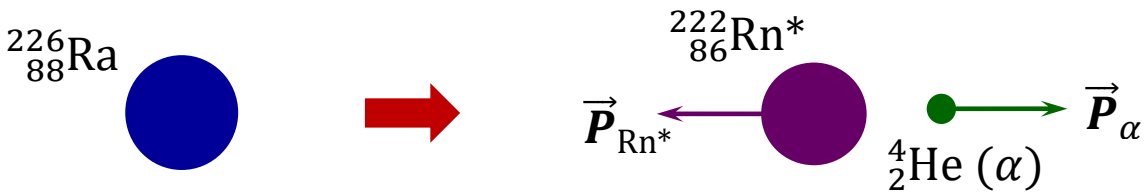
$\rightarrow$ **ซากสัตว์นี้มีอายุ**

$$t = \left(\frac{5730\text{ ปี}}{\ell n 2}\right)\ \ell n\left[\frac{15}{3}\right] = \left(\frac{\ell n 5}{\ell n 2}\right) 5730\text{ ปี} = 13{,}330\text{ ปี}$$

14. จงหาอัตราเร็วของอนุภาคแอลฟาที่ได้จากปฏิกิริยา

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn}^{*} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} + 4.6\ \mathrm{MeV} \qquad [1.48 \times 10^{7}\ \mathrm{m/s}]$$

ถ้าก่อนการสลายตัว $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ อยู่นิ่ง จะได้ว่า $^{222}_{86}\mathrm{Rn}^{*}$ และ $^{4}_{2}\mathrm{He}$ จะเคลื่อนที่ในทิศตรงข้ามกัน



และ ถ้าประมาณว่า $v_{\mathrm{Rn}^{*}}$ และ v_{α} น้อยกว่า c มาก จะได้

Conservation of Momentum $\rightarrow \vec{P}_{\mathrm{Rn}^{*}} = -\vec{P}_{\alpha} \rightarrow \sqrt{2m_{\mathrm{Rn}^{*}}K_{\mathrm{Rn}^{*}}} = \sqrt{2m_{\alpha}K_{\alpha}}$

$$K_{\mathrm{Rn}^{*}} = \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{Rn}^{*}}}\right) K_{\alpha}$$

Conservation of Energy →

$$m_{\mathrm{Ra}}c^2 = (m_{\mathrm{Rn}^*}c^2 + K_{\mathrm{Rn}^*}) + (m_\alpha c^2 + K_\alpha)$$

$$Q_\alpha = (m_{\mathrm{Ra}} - m_{\mathrm{Rn}^*} - m_\alpha)c^2 = K_{\mathrm{Rn}^*} + K_\alpha$$

$$Q_\alpha = \left(\frac{m_\alpha}{m_{\mathrm{Rn}^*}}\right)K_\alpha + K_\alpha = \left(\frac{m_\alpha + m_{\mathrm{Rn}^*}}{m_{\mathrm{Rn}^*}}\right)K_\alpha \;\rightarrow K_\alpha = \left(\frac{m_{\mathrm{Rn}^*}}{m_\alpha + m_{\mathrm{Rn}^*}}\right)Q_\alpha$$

$$\rightarrow \qquad K_\alpha \approx \left(\frac{222}{4 + 222}\right)(4.6\ \mathrm{MeV}) = 4.52\ \mathrm{MeV}$$

$$K_\alpha = \frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2 \;\rightarrow\; v_\alpha^2 = \frac{2K_\alpha}{m_\alpha} = \frac{2 \times (4.52 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19})}{4.00150 \times 1.66055 \times 10^{-27}}\ \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2$$

$$v_\alpha^2 = 2.18 \times 10^{14}\ (\mathrm{m/s})^2 \;\rightarrow\; v_\alpha = 1.48 \times 10^7\ \mathrm{m/s}$$

15. กำหนดให้ $M_{\mathrm{Co-57}} = 56.93629$ amu, $M_{\mathrm{Fe-57}} = 56.93539$ amu
จงพิจารณาว่า Cobalt–57 สามารถใช้เป็นแหล่ง β^+ ได้หรือไม่

$$^{57}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{57}_{26}\mathrm{Fe} + {}^{0}_{1}e\ (\beta^+) + \nu_e$$

"atomic mass (u)"	56.93629	56.93539	0.00055

$$Q = [m_{Co} - m_{Fe} - m_e]c^2$$

$$Q = [(M_{Co} - 27m_e) - (M_{Fe} - 26m_e) - m_e]c^2$$

$$Q = [M_{Co} - M_{Fe} - 2m_e]c^2 = -(0.00020\ \mathrm{u})c^2$$

$\rightarrow$ Q เป็น "ลบ" $\rightarrow$ ใช้เป็นแหล่ง β^+ "ไม่ได้"

16. $^{13}_{6}\mathrm{C}(p,n)^{13}_{7}\mathrm{N}$ เกิดขึ้นได้หรือไม่ถ้า $^{13}_{6}\mathrm{C}$ ถูกชนด้วยโปรตอนที่มีพลังงานจลน์ 2 MeV

$$^{1}_{1}\mathrm{H}(p) \quad + \quad ^{13}_{6}\mathrm{C} \quad \rightarrow \quad ^{13}_{7}\mathrm{N} \quad + \quad ^{1}_{0}n$$

"nuclear mass (u)" → 1.00728 13.00005 13.00189 1.00866

$$Q = [m_{\mathrm{H1}} + m_{\mathrm{C13}} - m_{\mathrm{N13}} - m_n]c^2 = -(0.00322\ \mathrm{u})c^2$$

$$Q = -(0.00322)(931.5\ \mathrm{MeV}/c^2)\ c^2 = -2.999\ \mathrm{MeV}$$

$$K_{p,\mathrm{th}} = \left(\frac{m_p + m_{\mathrm{C13}}}{m_{C13}}\right)|Q|$$

$$K_{p,\mathrm{th}} = \left(\frac{1.00728 + 13.00005}{13.00005}\right)(2.999\ \mathrm{MeV}) = 3.23\ \mathrm{MeV}$$

→ เกิดขึ้น "ไม่ได้"

17. นิวตรอนที่อยู่ใกล้กับนิวเคลียสของโบรอนถูกจับโดยโบรอนทำให้เกิดปฏิกิริยา

$$n + {}^{10}_{5}\mathrm{B} \rightarrow {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

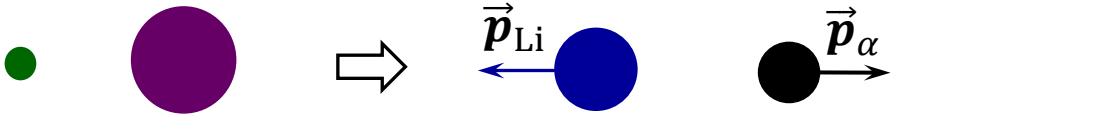
ถ้าหากว่านิวเคลียสตั้งต้นทั้งสองนิวเคลียสอยู่นิ่งและหลังจากเกิดปฏิกิริยาพบว่าอนุภาคแอลฟามีความเร็ว $9.3 \times 10^{6}\ \mathrm{m/s}$ จงหา

(ก) พลังงานจลน์ของ ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$

(ข) ค่า Q

(ค) หามวลนิวเคลียสของ ${}^{10}_{5}\mathrm{B}$

กำหนดให้ $m_n = 1.0087\ \text{amu}, m_\alpha = 4.0015\ \text{amu}, m_{\mathrm{Li}-7} = 7.0144\ \text{amu}$



อยู่นิ่ง

$\vec{v}_{\alpha} = 9.3 \times 10^{6}$ m/s

$$n + {}^{10}_{5}\mathrm{B} \rightarrow {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha)$$

"nuclear mass (u)" →	1.0087	?	7.0144	4.0015
"kinetic energy"	0	0	K_{Li}	K_{α}

Conservation of Linear Momentum $\rightarrow \vec{p}_{\mathrm{before}} = \vec{p}_{\mathrm{after}} \rightarrow p_{\mathrm{Li}} = p_{\alpha} \rightarrow$

$$m_{\mathrm{Li}} v_{\mathrm{Li}} = m_{\alpha} v_{\alpha} \quad \rightarrow \quad v_{Li} = \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{Li}}}\right) v_{\alpha}$$

$$K_{\mathrm{Li}} = \frac{1}{2} m_{\mathrm{Li}} v_{\mathrm{Li}}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{m_{\alpha}^2}{m_{\mathrm{Li}}}\right) v_{\alpha}^2 = \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{Li}}}\right)\left(\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2\right) = \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{Li}}}\right) K_{\alpha}$$

(ก)
$$K_{\mathrm{Li}} = \frac{1}{2} m_{\mathrm{Li}} v_{\mathrm{Li}}^2 = \left(\frac{m_\alpha}{m_{\mathrm{Li}}}\right) K_\alpha$$

$$K_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{(4.0015 \times 1.6605 \times 10^{-27}) \times (9.3 \times 10^6)^2}{2 \times (1.6022 \times 10^{-19})} = 1.79 \text{ MeV}$$

$$K_{\mathrm{Li}} = \left(\frac{m_\alpha}{m_{\mathrm{Li}}}\right) K_\alpha = \left(\frac{4.0015}{7.0144}\right) 1.79 \text{ MeV} = 1.02 \text{ MeV}$$

(ข) Conservation of Energy-Mass →

$$m_n c^2 + m_{\mathrm{B}} c^2 = (m_{\mathrm{Li}} c^2 + K_{\mathrm{Li}}) + (m_\alpha c^2 + K_\alpha)$$

$$Q = (m_n + m_{\mathrm{B}} - m_{\mathrm{Li}} - m_\alpha) c^2 = K_{\mathrm{Li}} + K_\alpha = 2.81 \text{ MeV}$$

(ค) จาก $Q = (m_n + m_{\mathrm{B}} - m_{\mathrm{Li}} - m_\alpha)c^2$ จะได้

$$m_{\mathrm{B}}c^2 = Q + m_{\mathrm{Li}}c^2 + m_\alpha c^2 - m_n c^2$$

$$m_{\mathrm{B}}c^2 = 2.81\ \mathrm{MeV} + (7.0144\ \mathrm{u})c^2 + (4.0015\ \mathrm{u})c^2 - (1.0087\ \mathrm{u})c^2$$

$$m_{\mathrm{B}}c^2 = (2.81\ + 6533.91 + 3727.40 - 939.60)\ \mathrm{MeV}$$

$$m_{\mathrm{B}}c^2 = 9324.52\ \mathrm{MeV}$$

$$m_{\mathrm{B}} = 10.0102\ \mathrm{MeV}$$

$$(1\ \mathrm{u} \leftrightarrow\ 931.5\ \mathrm{MeV})$$

18. จงแสดงให้เห็นว่าปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชัน

$$4\,{}_1^1\mathrm{H} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + 2e^+ + 2\nu + Q$$

ให้พลังงาน 6.2 MeV ต่อนิวคลีออนของสารตั้งต้น

$$4\,{}_1^1H \quad \rightarrow \quad {}_2^4He \quad + \quad 2\,{}_1^0e \quad + \quad Q$$

	proton	helium-4	positron
“nuclear mass (u)”	1.00728	4.00150	0.00055

$$Q = [4m_p - m_{He4} - 2m_e]c^2$$

$$Q = [0.02652\ \mathrm{u}]c^2$$

$$Q = (0.02652)(931.5\ \mathrm{MeV}/c^2)\,c^2 = 24.703\ \mathrm{MeV}$$

$$\frac{Q}{A} = \frac{24.703\ \mathrm{MeV}}{4} = 6.176\ \mathrm{MeV}$$

19. จงแสดงให้เห็นว่า อายุขัยเฉลี่ยเท่ากับเวลาที่สารกัมมันตรังสีลดลงเหลือ $\frac{1}{e}$ เท่าของปริมาณเริ่มต้น

จาก Lecture → อายุขัยเฉลี่ย $= \tau = \frac{1}{\lambda}$

จาก $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ จะได้ว่า ที่เวลา $t = \tau = \lambda^{-1}$ จะมีสารกัมมันตรังสีเหลืออยู่

$$N(t = \tau = \lambda^{-1}) = N_0 e^{-\lambda(\lambda^{-1})} = N_0 e^{-1} = \frac{N_0}{e}$$

→ เหลืออยู่ $\left(\frac{1}{e}\right)$ เท่าของปริมาณเริ่มต้น

20. [F2548] ในปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่เกิดขึ้นจากการยิงดิวเทอรอน (เป็นไอโซโทปหนึ่งของไฮโดรเจน ซึ่งมีนิวตรอน 1 อนุภาค) เข้าไปชนกับนิวเคลียสของ Carbon–12 ถ้าปรากฏว่า ผลิตภัณฑ์ของปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่เกิดขึ้นมี 2 ตัว โดยที่ผลิตภัณฑ์ตัวหนึ่งคืออนุภาคแอลฟา

(ก) จงเขียนสมการแสดงปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่เกิดขึ้น

(ข) จงหาค่า Q ของปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่เกิดขึ้น (ตอบในหน่วย MeV)

(ค) ถ้าดิวเทอรอนมีพลังงานจลน์เท่ากับ $|Q|$ ที่ได้จากข้อ (ข) เข้าชนกับ Carbon–12 ที่อยู่นิ่ง จะทำให้เกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์นี้หรือไม่ เพราะเหตุใด จงหาพลังงานจลน์ที่น้อยที่สุดของดิวเทอรอนที่จะทำให้เกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์นี้ (ตอบในหน่วย MeV)

(ก) $$^{2}_{1}\mathrm{H}(d) \;+\; ^{12}_{6}\mathrm{C} \;\rightarrow\; ^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha) \;+\; ^{10}_{5}\mathrm{B}$$

"nuclear mass (u)" → 2.01355 11.99670 4.00150 10.01019

(ข) $$Q = [m_{\mathrm{H2}} + m_{\mathrm{C12}} - m_{\mathrm{He4}} - m_{\mathrm{B10}}]c^2 = (-0.00144\ \mathrm{u})c^2$$

$$Q = (-0.00144)(931.5\ \mathrm{MeV}/c^2)\,c^2 = -1.34\ \mathrm{MeV}$$

(ค) "ไม่เกิด" เนื่องจาก "พลังงานจลน์น้อยเกินไป" (ขัดกับ "หลักการอนุรักษ์โมเมนตัม")

$$K_{d,\mathrm{th}} = \left(\frac{m_d + m_{\mathrm{C12}}}{m_{C12}}\right)|Q|$$

$$K_{d,\mathrm{th}} = \left(\frac{2.01355 + 11.99670}{11.99670}\right)(1.34\ \mathrm{MeV}) = 1.57\ \mathrm{MeV}$$

21. [F2549] บางส่วนของตารางธาตุที่อาจจะเป็นประโยชน์ (เลขด้านบนคือเลขอะตอม)

3	4	5	6	7	8	9
Li	Be	B	C	N	O	F

(ก) ไนโตรเจน $^{12}\mathrm{N}$ สลายตัวให้ β^+ กลายเป็น $^{12}\mathrm{C}^*$ หลังจากนั้นไม่นาน $^{12}\mathrm{C}^*$ จะสลายตัวให้รังสีแกมมาซึ่งมีพลังงาน 4.43 MeV จงเขียนสมการการสลายตัวที่ให้รังสีแกมมานี้

(ข) จงหาว่ามวลนิวเคลียสของ $^{12}\mathrm{C}^*$ เป็นเท่าใด

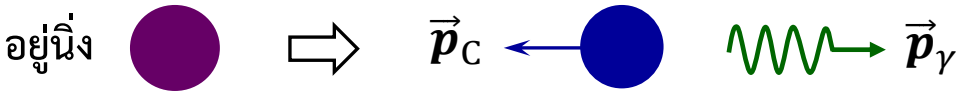
กำหนดให้ มวลนิวเคลียสของ $^{12}\mathrm{C}$ เท่ากับ 11.99670 amu

(ก)

$$^{12}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C}^* + {}^{0}_{1}e + \nu_e$$

$$^{12}_{6}\mathrm{C}^* \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + \gamma$$

$$E_\gamma = 4.43 \text{ MeV}$$



(ข) $^{12}_{6}C^{*} \rightarrow {}^{12}_{6}C + \gamma$

"nuclear mass (u)" →	$m_{C^*} = ?$	11.99670	0
"kinetic energy"	0	K_C	$E_\gamma = 4.43$ MeV
"linear momentum"	0	$\vec{p}_C$	$\vec{p}_\gamma$

Conservation of Linear Momentum → $|\vec{p}_C| = |\vec{p}_\gamma| = \frac{E_\gamma}{c}$

$$K_C = \frac{|\vec{p}_C|^2}{2m_C} = \frac{E_\gamma^2}{2m_C c^2} = \frac{(4.43\ \text{MeV})^2}{2(11.99670 \times 931.5\ \text{MeV})} = 0.00088\ \text{MeV}$$

Conservation of Energy-Mass $\rightarrow$

$$m_{C^*}c^2 = (m_C c^2 + K_C) + E_\gamma$$

$$m_{C^*}c^2 = [(11174.92605 + 0.00088) + 4.43]\ \text{MeV}$$

$$m_{C^*}c^2 = 11179.35693\ \text{MeV}$$

$$m_{C^*} = 12.00146\ \text{u}$$

$$(1\ \text{u} \leftrightarrow 931.5\ \text{MeV})$$

ในกรณีนี้ K_C มีค่าน้อยมาก $\rightarrow$ ตัดทิ้งได้ $\rightarrow$

$$m_{C^*}c^2 \approx m_C c^2 + E_\gamma = (11174.92605 + 4.43)\ \text{MeV}$$

$$m_{C^*}c^2 = 11179.35605\ \text{MeV}$$

$$m_{C^*} = 12.00146\ \text{u}$$

22. [F2549] ปฏิกิริยานิวเคลียร์ $p + {}^{13}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{13}_{7}\mathrm{N} + n$ ซึ่งมีค่า $Q = -3.0$ MeV จะเกิดขึ้นได้หรือไม่ ถ้า ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ ซึ่งอยู่นิ่งถูกชนด้วยโปรตอนที่มีพลังงานจลน์ 4.0 MeV ให้เหตุผลด้วย

$$K_p = 4.0 \text{ MeV}$$

$$K_{p,\text{th}} = \left(\frac{m_p + m_{\text{C13}}}{m_{C13}}\right)|Q|$$

$$K_{p,\text{th}} = \left(\frac{1.00728 + 13.00005}{13.00005}\right)(3.0 \text{ MeV}) = 3.23 \text{ MeV}$$

$K_p > K_{p,\text{th}} \rightarrow$ "มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นได้"

(ไม่ขัดกับกฎการอนุรักษ์มวล-พลังงาน และกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงเส้น)

(ไม่คิด repulsive Coulomb interaction ระหว่าง p กับ ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$)

23. [F2549] รูบิเดียม ^{87}Rb สลายตัว โดยมีครึ่งชีวิต 4.9×10^{10} ปี ได้ผลิตภัณฑ์เป็น ^{87}Sr ซึ่ง ^{87}Sr ก็จะยังคงอยู่ในบริเวณเดียวกับ ^{87}Rb ทำให้เราสามารถใช้ ^{87}Rb ในการหาอายุของหินหรือฟอสซิล สมมติว่าพบว่าหินก้อนหนึ่งมีฟอสซิลซึ่งมีอัตราส่วนจำนวนนิวเคลียสของ ^{87}Sr ต่อ ^{87}Rb เป็น 0.20

บางส่วนของตารางธาตุที่อาจจะเป็นประโยชน์ (เลขด้านบนคือเลขอะตอม)

34 Se	35 Br	36 Kr	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr

(ก) จงเขียนสมการแสดงปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่เกิดขึ้น และบอกด้วยว่าการสลายตัวของ ^{87}Rb นั้นให้อนุภาคอะไรออกมา (แอลฟา บีตา แกมมา หรือ อื่นๆ)

(ข) ^{87}Rb เหลืออยู่เท่าใดของปริมาณเริ่มต้น ให้สมมติว่าในตอนที่หินนี้เกิดขึ้นยังไม่มี ^{87}Sr อยู่ในหินเลย

(ค) จงประมาณอายุของฟอสซิลนี้ ว่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 4.9×10^{10} ปี

(ก) $$^{87}_{37}\mathrm{Rb} \rightarrow {}^{87}_{38}\mathrm{Sr} + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}_e$$

สลายตัวแบบ β^- −decay ให้ electron ออกมา

(ข)

เวลา →	$t = 0$	t ใดๆ
ปริมาณของ $^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ →	$N_{\mathrm{Rb}}(0)$	$N_{\mathrm{Rb}}(t)$
ปริมาณของ $^{87}_{38}\mathrm{Sr}$ →	0	$N_{\mathrm{Sr}}(t) = N_{\mathrm{Rb}}(0) - N_{\mathrm{Rb}}(t)$

{ ปริมาณของ $^{87}_{38}\mathrm{Sr}$ ที่เวลา t = ปริมาณของ $^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ ที่สลายตัวไปในช่วงเวลา $0 - t$ }

$$\frac{N_{\mathrm{Sr}}(t)}{N_{\mathrm{Rb}}(t)} = \frac{N_{\mathrm{Rb}}(0) - N_{\mathrm{Rb}}(t)}{N_{\mathrm{Rb}}(t)} = \frac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{N_{\mathrm{Rb}}(t)} - 1 = 0.2$$

$$\frac{N_{\mathrm{Rb}}(0)}{N_{\mathrm{Rb}}(t)} = 1.2 = \frac{12}{10} \rightarrow N_{\mathrm{Rb}}(t) = \left(\frac{10}{12}\right) N_{\mathrm{Rb}}(0)$$

(ค)

เวลา →	$t = 0$	t ใดๆ
ปริมาณของ $^{87}_{37}\mathrm{Rb}$ →	$N_{\mathrm{Rb}}(0)$	$N_{\mathrm{Rb}}(t) = N_{\mathrm{Rb}}(0)e^{-\lambda t}$
ปริมาณของ $^{87}_{38}\mathrm{Sr}$ →	0	$N_{\mathrm{Sr}}(t) = N_{\mathrm{Rb}}(0) - N_{\mathrm{Rb}}(0)e^{-\lambda t}$

$$\frac{N_{\mathrm{Sr}}(t)}{N_{\mathrm{Rb}}(t)} = \frac{N_{\mathrm{Rb}}(0) - N_{\mathrm{Rb}}(0)e^{-\lambda t}}{N_{\mathrm{Rb}}(0)e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t} - 1$$

$$e^{\lambda t} = 1 + \frac{N_{\mathrm{Sr}}(t)}{N_{\mathrm{Rb}}(t)} \quad \rightarrow \quad t = \frac{1}{\lambda}\ell n\left[1 + \frac{N_{\mathrm{Sr}}(t)}{N_{\mathrm{Rb}}(t)}\right] = \left(\frac{t_{1/2}}{\ell n 2}\right)\ell n\left[1 + \frac{N_{\mathrm{Sr}}(t)}{N_{\mathrm{Rb}}(t)}\right]$$

$$t = \left(\frac{4.9 \times 10^{10}\ \text{ปี}}{\ell n 2}\right)\ell n[1 + 0.2] = \left(\frac{\ell n 1.2}{\ell n 2}\right)4.9 \times 10^{10}\ \text{ปี}$$

$$t < 4.9 \times 10^{10}\ \text{ปี}$$

24. [F2549] ไอโซโทป X ถูกยิงด้วยโปรตอน พบว่าผลิตภัณฑ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นคืออนุภาคแอลฟา 2 อนุภาค บางส่วนของตารางธาตุที่อาจจะเป็นประโยชน์ (เลขด้านบนคือเลขอะตอม)

1 H	2 He	3 Li	4 Be	5 B	6 C	7 N	8 O	9 F

(ก) จงเขียนสมการแสดงปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่เกิดขึ้น

(ข) ไอโซโทป X คือธาตุอะไร มีเลขมวล และ เลขอะตอมเท่าใด

(ค) จงหาค่า Q ของปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่เกิดขึ้น (ตอบในหน่วย MeV) และบอกด้วยว่าปฏิกิริยานิวเคลียร์นี้เกิดขึ้นได้เองหรือไม่ (ตารางด้านล่างแสดงมวลนิวเคลียส)

(ง) ถ้ายิงโปรตอนด้วยพลังงานจลน์เท่ากับ 2.0 MeV เข้าหาไอโซโทป X ที่อยู่นิ่ง เป็นไปได้หรือไม่ที่อนุภาคแอลฟาที่เกิดขึ้นสองอนุภาคนั้นจะมีพลังงานจลน์เท่ากัน ให้วาดรูปประกอบ และให้เหตุผลด้วย

Li-6	Li-7	Li-8	Be-6	Be-7	Be-8	He-4	H-1
6.0136	7.0145	8.0210	6.0176	7.0148	8.0032	4.0015	1.0073

(ก) $${}^{1}_{1}\mathrm{H}(p) + \mathrm{X} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha) + {}^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha)$$

(ข) $$\mathrm{X} = {}^{7}_{3}\mathrm{Li}$$

(ค) $${}^{1}_{1}\mathrm{H}(p) + {}^{7}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha) + {}^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha)$$

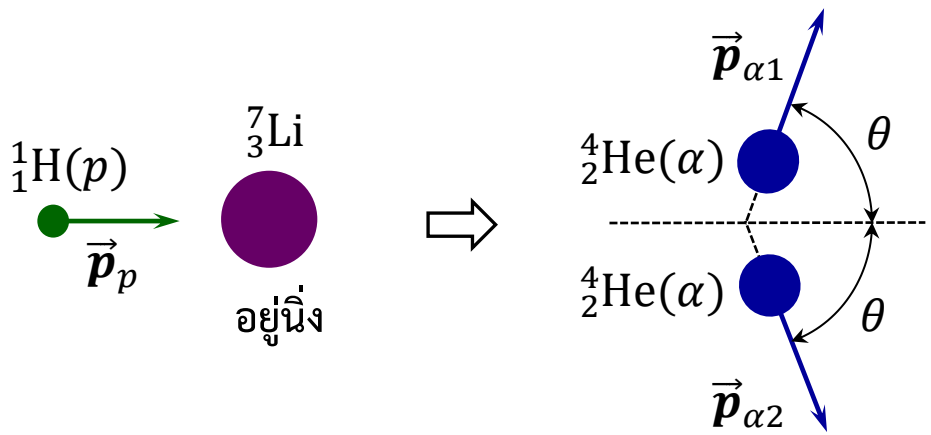
"nuclear mass (u)" → 1.0073 7.0145 4.0015 4.0015

$$Q = [m_{\mathrm{H1}} + m_{\mathrm{Li7}} - 2(m_{\mathrm{He4}})]c^2 = (0.0188\ \mathrm{u})c^2$$

$$Q = (0.0188)(931.5\ \mathrm{MeV}/c^2)\,c^2 = 17.5\ \mathrm{MeV}$$

(ง) "เป็นไปได้"

$$^{1}_{1}\mathrm{H}(p) \;+\; ^{7}_{3}\mathrm{Li} \;\rightarrow\; ^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha) \;+\; ^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha)$$



	$^{1}_{1}\mathrm{H}(p)$	+	$^{7}_{3}\mathrm{Li}$	→	$^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha)$	+	$^{4}_{2}\mathrm{He}(\alpha)$
"rest energy" →	$m_p c^2$		$m_{\mathrm{Li}} c^2$		$m_\alpha c^2$		$m_\alpha c^2$
"kinetic energy" →	$K_p = 2$ MeV		0		K_α		K_α
"momentum" →	$\vec{\boldsymbol{p}}_p$		0		$\vec{\boldsymbol{p}}_{\alpha 1}$		$\vec{\boldsymbol{p}}_{\alpha 2}$

Conservation of Energy-Mass $\rightarrow$

$$(m_p c^2 + K_p) + m_{\text{Li}} c^2 = 2(m_\alpha c^2 + K_\alpha)$$

$$2K_\alpha = K_p + (m_p + m_{\text{Li}} - 2m_\alpha)c^2 = K_p + Q$$

$$2K_\alpha = (2 + 17.5)\ \text{MeV} = 19.5\ \text{MeV}$$

$$K_\alpha = 9.75\ \text{MeV}$$

Conservation of Linear Momentum $\rightarrow$ $\vec{\boldsymbol{p}}_p = \vec{\boldsymbol{p}}_{\alpha 1} + \vec{\boldsymbol{p}}_{\alpha 2}$

$\rightarrow$ $|\vec{\boldsymbol{p}}_{\alpha 1}| = |\vec{\boldsymbol{p}}_{\alpha 2}| = |\vec{\boldsymbol{p}}_\alpha|$ และ $|\vec{\boldsymbol{p}}_p| = 2|\vec{\boldsymbol{p}}_\alpha| \cos\theta$

เนื่องจาก $K_p = 2\ \text{MeV} \ll 938.27\ \text{MeV} = E_0(p) = m_p c^2$

และ $K_\alpha = 9.75\ \text{MeV} \ll 3727.40\ \text{MeV} = E_0(\alpha) = m_\alpha c^2$

$\rightarrow$ ใช้ “non-relativistic expression” ของ “kinetic energy” $\rightarrow$ $K = \dfrac{p^2}{2m}$

$$p_p = \sqrt{2m_p K_p} = 3.274 \times 10^{-20}\ \text{kg·m/s}$$

$$\left[\ p_p = \sqrt{2 \times (1.6726 \times 10^{-27}\ \text{kg}) \times (2 \times 10^6 \times 1.6022 \times 10^{-19}\ \text{J})}\ \right]$$

$$p_\alpha = \sqrt{2m_\alpha K_\alpha} = 14.408 \times 10^{-20}\ \text{kg·m/s}$$

$$\left[\ p_\alpha = \sqrt{2 \times (6.6445 \times 10^{-27}\ \text{kg}) \times (9.75 \times 10^6 \times 1.6022 \times 10^{-19}\ \text{J})}\ \right]$$

$$\left|\vec{\boldsymbol{p}}_p\right| = 2\left|\vec{\boldsymbol{p}}_\alpha\right| \cos\theta \ \rightarrow\ \cos\theta = \frac{p_p}{2p_\alpha} = 0.114 \ \rightarrow\ \theta = 83.45°$$